

EXAMEN OFICIAL REALIZADO EN ESPAÑA EN LA CONVOCATORIA PCE UNEDASISS 2022

Parte 1 – Bloque test. Bloque de 10 preguntas. Debe elegir 10 de las 15 preguntas. Cada acierto suma 0,5 puntos. Cada error resta 0,1 puntos. Solo hay que una respuesta correcta por cada cuestión

Preguntas tipo test

1. Para todo par A, B de matrices reales $n \times n$ arbitrarias:

- a) Se cumple que $(A + B)^2 = A^2 + B^2$
- b) Se cumple que $A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$
- c) Ninguna de las otras dos

2. Para toda A matriz real 2×2 arbitraria, se cumple que:

- a) Si $A^2 = A$, entonces $A^4 = A$
- b) Si A es simétrica, entonces $A^2 = A$
- c) Ninguna de las otras dos

3. Toda A matriz real arbitraria cumple:

- a) El rango de A es el número de filas no nulas
- b) $\text{rango}(A) = \text{rango}(-A)$
- c) Ninguna de las anteriores

4. La matriz

- a) Tiene $\text{rango}(A) = 1$ para ciertos valores de α
- b) Tiene $\text{rango}(A) = 2$ para todos los valores de α
- c) Ninguna de las otras dos

5. Consideremos los planos $\pi: 2x + y + z = 1$, $\pi': x + y - z = 0$

- a) Su intersección es la recta $3x = 2y = 1$
- b) Su intersección es la recta $r: (-1, 2, 1) + \lambda(-2, 3, 1)$
- c) Ninguna de las otras dos

6. Para todo par de vectores ortogonales u, v , si α es el ángulo que forman u y $u - v$, entonces se cumple que:

a)
$$\cos \alpha = \frac{\|u\|}{\|u\|^2 - \|v\|^2}$$

b)
$$\cos^2 \alpha = \frac{\|u\|^2}{\|u\|^2 + \|v\|^2}$$

- c) Ninguna de las otras

7. La recta en el espacio cuya ecuación es

$$\frac{x+3}{-2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{-1}$$

- a) Pasa por el punto (3,1,0) y tiene vector director (-2,3,-1)
- b) Pasa por el punto (-2,3,-1) y tiene vector director (-3,-1,1)
- c) Ninguna de las otras dos

8. La distancia del punto $P = (2,4,1)$ a la recta $x-2 / 1 = y-3 / 2 = z+1 / 1$

- a) Menor que 1
- b) Mayor que 1
- c) Ninguna de las otras dos

9. Consideremos la curva definida por $y = f(x)$. Entonces

- a) Si la pendiente no está definida en algún punto de la curva, no existe la tangente en dicho punto
- b) Si la tangente a la curva es horizontal en un punto $(a, f(a))$ y f es derivable en a , entonces $f'(a) = 0$
- c) Ninguna de las otras dos

10. Para que el área de la región limitada por la curva $y = -x^2 + ax$ (donde $a > 0$) y el eje Ox tenga un valor de 36 unidades, debe ser:

- a) $a = 6$
- b) $a = 3\sqrt{3}$
- c) Ninguna de las otras dos

11. La función

$$f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

- a) Tiene un máximo relativo en $x = 0$
- b) Tiene un mínimo relativo en $x = 0$
- c) Ninguna de las otras dos

12. El valor de la integral

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} x^{2022} \sin\left(\frac{x^3}{\cos x}\right) dx$$

- a) Menor que 1
- b) Múltiplo de π
- c) Ninguna de las otras dos

13. Se tiene un conjunto de bolas azules y bolas rojas en una bolsa. En total hay 25 bolas. Se saca una de ellas al azar y se sabe que la probabilidad de que sea roja es p , mientras que la probabilidad de que sea azul es $4p$. ¿Cuántas bolas azules hay en la bolsa?

- a) Menos de 21 y más de 15
- b) Entre 5 y 10
- c) Ninguna de las otras dos

14. Se lanza una moneda trucada. La probabilidad de que en dos lanzamientos se obtengan dos caras es de $0,16$. ¿Cuál es la probabilidad p de obtener dos cruces?

- a) $0,8 < p < 0,9$
- b) $0,3 < p < 0,4$
- c) Ninguna de las otras dos

15. ¿Cuáles de las siguientes probabilidades pueden representar a dos eventos disjuntos A y B de un determinado espacio muestral?

- a) $p(A) = 0,2$ y $p(B) = 0,67$
- b) $p(A) = 0,5$ y $p(B) = 0,75$
- c) Ninguna de las otras dos.

Parte 2 - Bloque de desarrollo. Elija una de las dos opciones. Constará de 2 opciones con dos preguntas cada una. La calificación máxima de este bloque es de 5 puntos; 2,5 por cada pregunta.

Opción 1

1. Sea la matriz $C = A^2 - 4A - 6B$ donde

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 \\ a & 0 & a \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Estudie el rango de C en función del valor del número real a

2. Dada la función $f(x) = x / x^2 - 4$

- (0,25 puntos) Determinar su dominio
- (0,75 puntos) Determinar sus asíntotas
- (0,75 puntos) Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento
- (0,75 puntos) Calcular sus extremos relativos y dar un esbozo de su gráfica.

Opción 2

1. Hallar las integrales indefinidas siguientes:

a) (1 punto)

$$\int x e^{x^2} dx$$

b) (1,5 puntos)

$$\int \sqrt{1 - x^2} dx$$

2. Se elige un número entero al azar entre 0 y 9999 (ambos incluidos). ¿Cuál es la probabilidad de que el número elegido sea mayor que 4444 y múltiplo de 5?