

**PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA
UNIVERSIDAD**

CURSO 2017–2018

MATEMÁTICAS II

Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Halla los coeficientes a , b y c sabiendo que la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ tiene en $x = 1$ un punto de derivada nula que no es extremo relativo y que la gráfica de f pasa por el punto $(1, 1)$.

Ejercicio 2.- Considera las funciones f y $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dadas por $f(x) = 6x - x^2$ y $g(x) = |x^2 - 2x|$.

- a) [1,25 puntos] Esboza el recinto limitado por las gráficas de f y g y calcula los puntos de corte de dichas gráficas.
- b) [1,25 puntos] Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de f y g .

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x + 2y + (m+3)z = 3 \\ x + y + z = 3m \\ 2x + 4y + 3(m+1)z = 8 \end{cases}$$

- a) [1,75 puntos] Discútelo según los valores del parámetro m .
- b) [0,75 puntos] Resuelve el sistema para $m = -2$.

Ejercicio 4.- Considera los puntos $P(1, 0, -1)$, $Q(2, 1, 1)$ y la recta r dada por

$$x - 5 = y = \frac{z + 2}{-2}$$

- a) [1,25 puntos] Determina el punto simétrico de P respecto de r .
- b) [1,25 puntos] Calcula el punto de r que equidista de P y Q .

**PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA
UNIVERSIDAD**

CURSO 2017–2018

MATEMÁTICAS II

Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Determina $k \neq 0$ sabiendo que la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} 3 - kx^2 & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{2}{kx} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

es derivable.

Ejercicio 2.- Considera las funciones f y $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por $g(x) = -\frac{x^2}{4}$ y $f(x) = 3 - x^2$.

- a) [1 punto] Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$ y comprueba que también es tangente a la gráfica de g . Determina el punto de tangencia con la gráfica de g .
- b) [0,75 puntos] Esboza el recinto limitado por la recta $y = 4 - 2x$ y las gráficas de f y g . Calcula todos los puntos de corte entre las gráficas (y la recta).
- c) [0,75 puntos] Calcula el área del recinto descrito en el apartado anterior.

Ejercicio 3.-

a) [1,5 puntos] Justifica que es posible hacer un pago de 34,50 euros cumpliendo las siguientes restricciones:

- utilizando únicamente monedas de 50 céntimos de euro, de 1 euro y de 2 euros;
- se tienen que utilizar exactamente un total de 30 monedas;
- tiene que haber igual número de monedas de 1 euro como de 50 céntimos y 2 euros juntas.

¿De cuántas maneras y con cuántas monedas de cada tipo se puede hacer el pago?

b) [1 punto] Si se redondea la cantidad a pagar a 35 euros, justifica si es posible o no seguir haciendo el pago bajo las mismas condiciones que en el apartado anterior.

Ejercicio 4.- Considera el punto $P(2, -1, 3)$ y el plano π de ecuación $3x + 2y + z = 5$.

- a) [1,75 puntos] Calcula el punto simétrico de P respecto de π .
- b) [0,75 puntos] Calcula la distancia de P a π .

**PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA
UNIVERSIDAD**

CURSO 2017–2018

MATEMÁTICAS II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

CRITERIOS GENERALES.

- Los ejercicios deben realizarse atendiendo a los estándares del bloque 1 citado en los comentarios del Documento de Orientación de Matemáticas II, valorándose el grado de cumplimiento con un máximo de 0,25 puntos en cada ejercicio.
- La mera descripción del planteamiento, sin que se lleve a cabo de manera efectiva la resolución, no es suficiente para obtener una valoración completa del ejercicio.
- En los ejercicios en los que se pida expresamente una deducción razonada, la mera aplicación de una fórmula no será suficiente para obtener una valoración completa de los mismos.
- Los errores cometidos en un apartado, por ejemplo en el cálculo del valor de un cierto parámetro, no se tendrán en cuenta en la calificación de los desarrollos posteriores que puedan verse afectados, siempre que resulten de una complejidad equivalente.
- Los errores en las operaciones aritméticas elementales se penalizarán con un máximo de 0,25 puntos en cada ejercicio.
- Si se realizan ejercicios de las dos opciones, sólo se evaluarán los ejercicios de la misma opción que el primero que aparezca físicamente en el papel de examen.

CRITERIOS ESPECÍFICOS PARA ESTE MODELO. La evaluación se realizará según el desglose de las puntuaciones que se hace a continuación. Si algún apartado no se menciona específicamente, su puntuación es la que figura en el enunciado del ejercicio correspondiente. Cuando se dice: "x puntos por A", hay que interpretar que se deben conceder x puntos si lo que se dice en la frase A está hecho o estudiado correctamente, incluyendo la justificación oportuna. Cuando se dice "planteamiento" se refiere al proceso seguido por el/la estudiante que, de no cometer errores, le llevará a la solución.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Hasta 0,5 por imponer cada una de las condiciones.

Ejercicio 2.- (a) [1,25 puntos] Hasta 0,25 por la gráfica de f ; hasta 0,5 por la de g . **(b) [1,25 puntos]** Hasta 0,75 por las primitivas.

Ejercicio 3.- (a) [1,75 puntos] Hasta 0,75 si calcula el determinante de la matriz de los coeficientes de las incógnitas. Hasta 0,25 por los valores críticos. Hasta 0,25 por el caso compatible determinado.

(b) [0,75 puntos] Lo indicado.

Ejercicio 4.- (a) [1,25 puntos] Hasta 0,75 por el planteamiento. **(b) [1,25 puntos]** Hasta 0,75 por el planteamiento.

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Hasta 1,25 si estudia la continuidad.

Ejercicio 2.- (a) [1 punto] Hasta 0,5 por obtener la recta tangente a la gráfica de f . Hasta 0,25 por obtener el punto pedido. **(b) [0,75 puntos]** Hasta 0,5 por las gráficas. Hasta 0,25 puntos por los puntos de corte.

(c) [0,75 puntos] Hasta 0,25 por expresar el área mediante integrales. Hasta 0,25 por el cálculo de primitivas.

Ejercicio 3.- (a) [1,5 puntos] Hasta 0,75 por plantear el sistema. Hasta 0,75 por resolverlo. **(b) [1 punto]** Hasta 0,5 por resolver el sistema. Hasta 0,5 por la discusión de la solución.

Ejercicio 4.- (a) [1,75 puntos] Hasta 0,75 por el planteamiento. **(b) [0,75 puntos]** Hasta 0,25 por el planteamiento.

**PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA
UNIVERSIDAD**

CURSO 2017–2018

MATEMÁTICAS II

Instrucciones: a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Considera la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + c & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \operatorname{sen}(x)} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

Determina a, b y c sabiendo que f es continua, alcanza un máximo relativo en $x = -1$ y la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = -2$ tiene pendiente 2.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Considera la función f definida por $f(x) = ax \ln(x) - bx$ para $x > 0$ (\ln denota la función logaritmo neperiano). Determina a y b sabiendo que f tiene un extremo relativo en $x = 1$ y que

$$\int_1^2 f(x) dx = 8 \ln(2) - 9$$

Ejercicio 3.- Considera las siguientes matrices

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} a & b & c \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- a) **[0,75 puntos]** Determina, si existen, los valores de a, b y c para los que las matrices A y B conmutan.
- b) **[1 punto]** Calcula A^2, A^3, A^{2017} y A^{2018} .
- c) **[0,75 puntos]** Calcula, si existe, la matriz inversa de A .

Ejercicio 4.- Considera las rectas

$$r \equiv \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{3} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} 2x - 3y = -5 \\ y - 2z = -1 \end{cases}$$

- a) **[1 punto]** Estudia y determina la posición relativa de r y s .
- b) **[1,5 puntos]** Calcula la distancia entre r y s .

**PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA
UNIVERSIDAD**

CURSO 2017–2018

MATEMÁTICAS II

Instrucciones: a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción B

Ejercicio 1.- Considera la función f definida por $f(x) = a \ln(x) + bx^2 + x$ para $x > 0$, donde \ln denota logaritmo neperiano.

- a) [1,5 puntos] Halla a y b sabiendo que f tiene extremos relativos en $x = 1$ y en $x = 2$.
- b) [1 punto] ¿Qué tipo de extremos tiene f en $x = 1$ y en $x = 2$?

Ejercicio 2.- Considera la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = e^{-2x}$.

- a) [0,75 puntos] Determina el punto de la gráfica de f en el que la recta tangente es $y = -2ex$.
- b) [0,5 puntos] Esboza el recinto limitado por la gráfica de f , la recta $y = -2ex$ y el eje de ordenadas.
- c) [1,25 puntos] Calcula el área del recinto descrito en el apartado anterior.

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} x + y + mz = m^2 \\ y - z = m \\ x + my + z = m \end{cases}$$

- a) [1,5 puntos] Discute el sistema según los valores del parámetro m .
- b) [1 punto] Resuélvelo para $m = 1$. Para dicho valor de m , calcula, si es posible, una solución en la que $z = 2$.

Ejercicio 4.- Considera las rectas

$$r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{m} = z \quad y \quad s \equiv \begin{cases} x + nz = -2 \\ y - z = -3 \end{cases}$$

- a) [1,5 puntos] Halla los valores de m y n para los que r y s se cortan perpendicularmente.
- b) [1 punto] Para $m = 3$ y $n = 1$, calcula la ecuación general del plano que contiene a r y a s .

**PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA
UNIVERSIDAD**

CURSO 2017–2018

MATEMÁTICAS II

Instrucciones: a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Calcula

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(x) - x}{x - \operatorname{sen}(x)}$$

Ejercicio 2.- Considera las funciones f y $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = -x^2 - x + 3$ y $g(x) = |x|$.

- a) **[1,25 puntos]** Esboza el recinto limitado por las gráficas de f y g y calcula los puntos de corte entre ambas gráficas.
- b) **[1,25 puntos]** Calcula el área del recinto descrito en el apartado anterior.

Ejercicio 3.- Considera la matriz $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 6 & 0 & 3 \\ x & y & z \end{pmatrix}$. Sabiendo que el determinante de M es 2, calcula los siguientes determinantes e indica las propiedades que utilices:

a) **[0,75 puntos]** El determinante de la matriz $5M^4$.

b) **[0,75 puntos]** $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ x & y & z \end{vmatrix}$ c) **[1 punto]** $\begin{vmatrix} 1 & x+6 & x \\ 2 & y & y \\ 3 & z+3 & z \end{vmatrix}$

Ejercicio 4.- Sea r la recta que pasa por los puntos $A(3, 6, 7)$ y $B(7, 8, 3)$ y sea s la recta dada por

$$\begin{cases} x - 4y - z = -10 \\ 3x - 4y + z = -2 \end{cases}$$

- a) **[1,25 puntos]** Determina la posición relativa de r y s .
- b) **[1,25 puntos]** Calcula la distancia entre r y s .

**PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA
UNIVERSIDAD**

CURSO 2017–2018

MATEMÁTICAS II

Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Se desea construir una caja sin tapadera de base cuadrada. El precio del material es de 18 euros/m² para los laterales y de 24 euros/m² para la base. Halla las dimensiones de la caja de mayor volumen que se puede construir si disponemos de 50 euros.

Ejercicio 2.- Se sabe que la función $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{ax} & \text{si } 0 \leq x \leq 8 \\ \frac{x^2 - 32}{x - 4} & \text{si } x > 8 \end{cases}$$

es continua.

a) [0,5 puntos] Determina a .

b) [2 puntos] Para $a = 8$, calcula $\int_0^{10} f(x) dx$.

Ejercicio 3.- Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

a) [0,75 puntos] Halla, si existe, la inversa de A .

b) [1,25 puntos] Determina los valores de m tales que $(A - mI)$ tiene inversa (I es la matriz identidad).

c) [0,5 puntos] Calcula el rango de $(A - 2I)$.

Ejercicio 4.-

a) [1,25 puntos] Determina la ecuación del plano que pasa por el punto $A(0, 1, 0)$ y es perpendicular a la recta r dada por $x + 1 = \frac{y + 2}{2} = z - 1$.

b) [1,25 puntos] Calcula el área del triángulo cuyos vértices son los puntos de corte del plano de ecuación $2x + 3y + 4z = 12$ con los ejes coordenados.

**PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA
UNIVERSIDAD**

CURSO 2017–2018

MATEMÁTICAS II

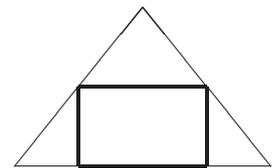
Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción A

Ejercicio 1.-

[2,5 puntos] Considera un triángulo isósceles en el que el lado desigual mide 8 cm y la altura correspondiente mide 5 cm. Calcula las dimensiones del rectángulo de área máxima que se puede inscribir en dicho triángulo (ver figura).



Ejercicio 2.- Siendo $a > 1$, considera el rectángulo de vértices $A(1, 0)$, $B(1, 1)$, $C(a, 1)$ y $D(a, 0)$. La gráfica de la función f definida por $f(x) = \frac{1}{x^2}$ para $x \neq 0$ divide al rectángulo anterior en dos recintos.

- a) **[0,5 puntos]** Haz un esbozo de la gráfica de f y del rectángulo descrito.
- b) **[2 puntos]** Determina el valor de a para el que los dos recintos descritos tienen igual área.

Ejercicio 3.- Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

- a) **[1,5 puntos]** Discute el sistema dado por $AX = mX$ según los valores del parámetro m .
- b) **[0,5 puntos]** Da la solución del sistema en los casos en que es compatible determinado.
- c) **[0,5 puntos]** Para $m = 3$ resuelve el sistema y halla, si es posible, una solución en la que $x + y + z = 3$.

Ejercicio 4.- Se sabe que los puntos $A(-1, 2, 6)$ y $B(1, 4, -2)$ son simétricos respecto de un plano π .

- a) **[0,75 puntos]** Calcula la distancia de A a π .
- b) **[1,75 puntos]** Determina la ecuación general del plano π .

**PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA
UNIVERSIDAD**

CURSO 2017–2018

MATEMÁTICAS II

Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x + xe^{-x}$

- a) [1,25 puntos] Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f que es paralela a la recta $x - y + 1 = 0$.
- b) [1,25 puntos] Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f .

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula $\int_0^{\ln(2)} \frac{1}{1+e^x} dx$ donde \ln denota logaritmo neperiano (sugerencia $t = e^x$).

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x - z & = & m \\ my + 3z & = & 1 \\ 4x + y - mz & = & 5 \end{cases}$$

- a) [1,5 puntos] Discútelo según los valores del parámetro m .
- b) [1 punto] Para $m = 1$ resuelve el sistema y encuentra, si es posible, una solución para la que sea $x = z$.

Ejercicio 4.- Considera las rectas r y s dadas por

$$r \equiv \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 \\ z = 0 \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x + y = 2 \\ z = 2 \end{cases}$$

- a) [1,75 puntos] Determina la ecuación de la recta que corta perpendicularmente a r y a s .
- b) [0,75 puntos] Calcula la distancia entre las rectas dadas.

**PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA
UNIVERSIDAD**

CURSO 2017–2018

MATEMÁTICAS II

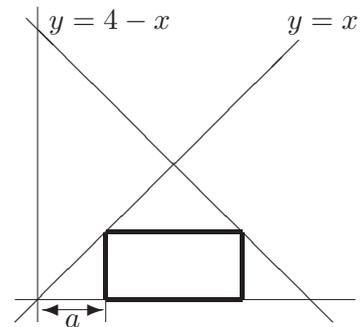
Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción A

Ejercicio 1.-

Se desea construir un rectángulo, como el de la figura, de área máxima. La base está situada sobre el eje OX , un vértice está en la recta $y = x$ y el otro, en la recta $y = 4 - x$. Se pide:



- a) [0,25 puntos] Halla la altura del rectángulo en función de a (ver la figura).
- b) [1 punto] Halla la base del rectángulo en función de a .
- c) [1,25 puntos] Encuentra el valor de a que hace máximo el área del rectángulo.

Ejercicio 2.- Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = e^{2-x}$.

- a) [0,75 puntos] Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 2$.
- b) [0,5 puntos] Esboza el recinto limitado por la gráfica de f , el eje de ordenadas y la recta $x + y = 3$.
- c) [1,25 puntos] Calcula el área del recinto indicado.

Ejercicio 3.- Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & \lambda \\ 2 & -\lambda & 1 \\ 2\lambda & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

- a) [1,25 puntos] Discute el rango de A según los valores del parámetro λ .
- b) [1,25 puntos] Para $\lambda = -2$, estudia y resuelve el sistema dado por $AX = B$.

Ejercicio 4.- Considera el plano π de ecuación $x + 2y + z = 6$.

- a) [1 punto] Determina la recta perpendicular a π que pasa por el origen de coordenadas.
- b) [0,5 puntos] Halla el punto simétrico del origen de coordenadas con respecto a π .
- c) [1 punto] Calcula el volumen del tetraedro determinado por el origen de coordenadas y los puntos de corte de π con los ejes de coordenadas.

PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA
UNIVERSIDAD

CURSO 2017–2018

MATEMÁTICAS II

Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción B**Ejercicio 1.-** Considera la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \begin{cases} -x e^{x-1} & \text{si } x \leq 0 \\ x e^{x-1} & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ x e^{1-x} & \text{si } 1 < x \end{cases}$$

- a) [1 punto] Estudia la derivabilidad de f en $x = 0$ y en $x = 1$.
- b) [1,5 puntos] Estudia la existencia de asíntotas horizontales de la gráfica de f .

Ejercicio 2.- Considera la función $f : \left(-\frac{e}{2}, +\infty\right) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \ln(2x+e)$, donde \ln denota logaritmo neperiano.

- a) [0,75 puntos] Haz un esbozo de la gráfica de f calculando sus puntos de corte con los ejes coordenados.
- b) [1,75 puntos] Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f y los ejes de coordenadas.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad D = (4 \ -5 \ 6).$$

Determina, si existe, la matriz X que verifica que $A^2X - BA + X = CD$.**Ejercicio 4.-** Considera las rectas r y s dadas por

$$r \equiv x - 2 = y - 2 = z \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x = 4 + t \\ y = 4 + t \\ z = mt \end{cases}$$

- a) [1 punto] Determina m para que r y s sean paralelas.
- b) [0,5 puntos] Halla, si existe, un valor de m para el que ambas rectas sean la misma.
- c) [1 punto] Para $m = 1$, calcula la ecuación del plano que contiene a r y a s .

**PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA
UNIVERSIDAD**

CURSO 2017–2018

MATEMÁTICAS II

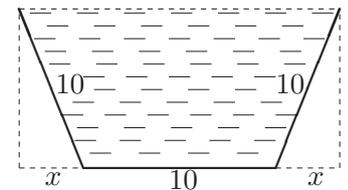
Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción A

Ejercicio 1.- Se desea construir una canaleta, para la recogida de agua, cuya sección es como la de la figura. La base y los costados deben medir 10 cm y se trata de darle la inclinación adecuada a los costados para obtener una sección de área máxima. Se pide:

- a) [0,25 puntos] Halla la altura de la canaleta en función de x (ver la figura).
- b) [0,75 puntos] Halla el área de la sección de la canaleta en función de x .
- c) [1,5 puntos] Encuentra el valor de x que hace máximo dicho área.



Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Determina la función $f : (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ sabiendo que $f''(x) = \frac{1}{(x-1)^2}$ y que la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 2$ es $y = x + 2$.

Ejercicio 3.- Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = (1 \ 1 \ 2)$$

- a) [1 punto] Calcula A^{2018} .
- b) [1,5 puntos] Determina, si existe, la matriz X que verifica $A(X + 2I) = BC$ donde I es la matriz identidad.

Ejercicio 4.- Considera las rectas r y s dadas por

$$r \equiv \begin{cases} x + y = z + 4 \\ x + 2y = 7 \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x - 2 = 0 \\ y + 3 = 0 \end{cases}$$

- a) [1 punto] Estudia y determina la posición relativa de r y s .
- b) [1,5 puntos] Determina la recta perpendicular común a r y a s .

**PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA
UNIVERSIDAD**

CURSO 2017–2018

MATEMÁTICAS II

Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción B

Ejercicio 1.- Sea f la función definida por $f(x) = \frac{e^x}{x-1}$ para $x \neq 1$.

- a) [0,75 puntos] Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f .
- b) [1 punto] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f y halla sus máximos y mínimos relativos (puntos en los que se obtienen y valores que alcanza la función).
- c) [0,75 puntos] Esboza la gráfica de f indicando sus puntos de corte con los ejes coordenados.

Ejercicio 2.- Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x \cos\left(\frac{x}{2}\right)$.

- a) [1,75 puntos] Calcula $\int f(x) dx$
- b) [0,75 puntos] Encuentra la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto $(0, 1)$.

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x + y + mz = 1 \\ x + my + z = 1 \\ x + 2y + 4z = m \end{cases}$$

- a) [1,75 puntos] Discute el sistema en función del parámetro m .
- b) [0,75 puntos] Si es posible, resuelve el sistema para $m = 1$.

Ejercicio 4.- Considera los puntos $A(2, -1, -2)$ y $B(-1, -1, 2)$, y la recta r dada por

$$x - 1 = \frac{y - 1}{-1} = \frac{z - 1}{2}$$

- a) [1 punto] Determina los puntos del segmento AB que lo dividen en 3 segmentos de la misma longitud.
- b) [1,5 puntos] Determina un punto C de r de forma que el triángulo ABC sea rectángulo en C .