PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD

ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS

CONVOCATORIA ORDINARIA, CURSO 2020-2021

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

b) **Este examen consta de 8 ejercicios distribuidos en 2 bloques (A y B) de 4 ejercicios cada uno.**

c) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2.5 puntos.

d) **Se realizarán únicamente cuatro ejercicios, independientemente del bloque al que pertenezcan.** En caso de responder a más de cuatro ejercicios, se corregirán únicamente los cuatro que aparezcan físicamente en primer lugar.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

f) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0.25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

BLOQUE A

EJERCICIO 1 (2.5 puntos)

Se sabe que la gráfica de la función f definida por $f(x) = \dfrac{ax^2+bx+2}{x-1}$ (para $x \neq 1$) tiene una asíntota oblicua que pasa por el punto $(1, 1)$ y tiene pendiente 2. Calcula a y b.

EJERCICIO 2 (2.5 puntos)

Considera la función continua $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} (3x-6)e^x & \text{si} \quad x \leq 0 \\[2ex] \dfrac{36(\operatorname{sen}(x) - ax)}{x^3} & \text{si} \quad x > 0 \end{cases}$$

a) Calcula a. **(1.5 puntos)**

b) Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = -1$. **(1 punto)**

EJERCICIO 3 (2.5 puntos)

Considera la función $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 4x^3 - x^4$.

a) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f. **(1 punto)**

b) Esboza la gráfica de f y calcula el área del recinto limitado por dicha gráfica y el eje de abscisas. **(1.5 puntos)**

EJERCICIO 4 (2.5 puntos)

Considera la función $F : [0, +\infty) \to \mathbb{R}$ definida por

$$F(x) = \int_0^x (2t + \sqrt{t})\, dt.$$

Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de F en el punto de abscisa $x = 1$.

PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CONVOCATORIA ORDINARIA, CURSO 2020-2021
MATEMÁTICAS II

BLOQUE B

EJERCICIO 5 (2.5 puntos)

Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcl} mx & + & 2y & - & z & = & 1 \\ 5x & - & 4y & + & 2z & = & 0 \\ x & + & 3my & & & = & m+\frac{2}{5} \end{array}\right.$$

a) Discute el sistema según los valores de m. **(1.5 puntos)**

b) Resuelve el sistema para $m=0$. ¿Hay alguna solución en la que $x=0$? En caso afirmativo, calcúlala. En caso negativo, justifica la respuesta. **(1 punto)**

EJERCICIO 6 (2.5 puntos)

En una empresa se fabrican tres tipos de productos plásticos: botellas, garrafas y bidones. Se utiliza como materia prima 10 kg de polietileno cada hora. Se sabe que para fabricar cada botella se necesitan 50 gramos, para cada garrafa 100 gramos y 1 kg para cada bidón.

El gerente también nos dice que se debe producir el doble de botellas que de garrafas. Por último, se sabe que por motivos de capacidad de trabajo, en las máquinas se producen en total 52 productos cada hora.

¿Cuántas botellas, garrafas y bidones se producen cada hora?

EJERCICIO 7 (2.5 puntos)

Considera las rectas

$$r \equiv \begin{cases} 2x-3y+z-2=0 \\ -3x+2y+2z+1=0 \end{cases} \qquad \text{y} \qquad s \equiv \begin{cases} x=3-2\lambda \\ y=-1+\lambda \\ z=-2+2\lambda \end{cases}$$

a) Calcula el plano perpendicular a la recta s que pasa por el punto $P(1,0,-5)$. **(1.5 puntos)**

b) Calcula el seno del ángulo que forma la recta r con el plano $\pi \equiv -2x+y+2z=0$. **(1 punto)**

EJERCICIO 8 (2.5 puntos)

La recta $r \equiv \dfrac{x+3}{2} = \dfrac{y+4}{2} = \dfrac{z-3}{3}$ y la recta s, que pasa por los puntos $P(1,0,2)$ y $Q(a,1,0)$, se cortan en un punto. Calcula el valor de a y el punto de corte.

PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA, CURSO 2020-2021

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

b) **Este examen consta de 8 ejercicios distribuidos en 2 bloques (A y B) de 4 ejercicios cada uno.**

c) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2.5 puntos.

d) **Se realizarán únicamente cuatro ejercicios, independientemente del bloque al que pertenezcan.** En caso de responder a más de cuatro ejercicios, se corregirán únicamente los cuatro que aparezcan físicamente en primer lugar.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

f) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0.25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

BLOQUE A

EJERCICIO 1 (2.5 puntos)

Calcula a y b sabiendo que $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{a(1-\cos(x)) + b\,\mathrm{sen}(x) - 2(e^x-1)}{x^2} = 7$.

EJERCICIO 2 (2.5 puntos)

Halla $a > 0$ y $b > 0$ sabiendo que la gráfica de la función $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \dfrac{bx^2}{1+ax^4}$ tiene en el punto $(1,2)$ un punto crítico.

EJERCICIO 3 (2.5 puntos)

Considera la función $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = 1 + \int_0^x te^t\,dt.$$

Determina los intervalos de concavidad y de convexidad de f y sus puntos de inflexión (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

EJERCICIO 4 (2.5 puntos)

Considera la función f definida por $f(x) = \dfrac{x^2+1}{x^2-1}$ (para $x \neq -1$, $x \neq 1$). Halla una primitiva de f cuya gráfica pase por el punto $(2,4)$.

PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA, CURSO 2020-2021

MATEMÁTICAS II

BLOQUE B

EJERCICIO 5 (2.5 puntos)

Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 1 & -4 & -5 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

a) Comprueba que $A^2 = -A^{-1}$. **(1.25 puntos)**

b) Dadas las matrices

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 0 \\ -4 & 5 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix},$$

calcula la matriz X que verifica $A^4X + B = AC$. **(1.25 puntos)**

EJERCICIO 6 (2.5 puntos)

Una empresa de mensajería opera en tres rutas distintas A, B y C. Semanalmente hace un total de 70 viajes, y el número de viajes por la ruta B es igual a la suma de los viajes por las rutas A y C.

a) Si sabemos que el doble de la suma de los viajes por las rutas A y C es 70, ¿podemos deducir el número de viajes por cada ruta? Razona la respuesta. **(1.25 puntos)**

b) Si el doble de viajes por la ruta C es igual al número de viajes por la ruta B menos 5, ¿cuántos viajes hace por cada ruta? **(1.25 puntos)**

EJERCICIO 7 (2.5 puntos)

La recta perpendicular desde el punto $A(1,1,0)$ a un cierto plano π corta a éste en el punto $B\left(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$.

a) Calcula la ecuación del plano π. **(1.5 puntos)**

b) Halla la distancia del punto A a su simétrico respecto a π. **(1 punto)**

EJERCICIO 8 (2.5 puntos)

Considera las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x = 3 + \lambda \\ y = 1 \\ z = -3 - \lambda \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x + y = 1 \\ z = 0 \end{cases}$$

a) Estudia la posición relativa de r y s. **(1.25 puntos)**

b) Halla la recta que corta perpendicularmente a r y a s. **(1.25 puntos)**

PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2020–2021

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

b) **Este examen consta de 8 ejercicios distribuidos en 2 bloques (A y B) de 4 ejercicios cada uno.**

c) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2.5 puntos.

d) **Se realizarán únicamente cuatro ejercicios, independientemente del bloque al que pertenezcan.** En caso de responder a más de cuatro ejercicios, se corregirán únicamente los cuatro que aparezcan físicamente en primer lugar.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

f) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0.25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

BLOQUE A

EJERCICIO 1 (2.5 puntos)

Sea la función derivable $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \begin{cases} \dfrac{ax+b}{x-1} & \text{si} \quad x \leq 0 \\ \ln(1+x) & \text{si} \quad x > 0 \end{cases}$

($\ln$ denota la función logaritmo neperiano).

a) Determina a y b. **(1.5 puntos)**

b) Halla las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 2$. **(1 punto)**

EJERCICIO 2 (2.5 puntos)

Halla a, b y c sabiendo que la función $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = a + b\,\mathrm{sen}(x) + c\,\mathrm{sen}(2x)$ tiene un punto crítico en el punto de abscisa $x = \pi$ y la recta $y = -\dfrac{1}{2}x + 3$ es normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 0$.

EJERCICIO 3 (2.5 puntos)

Considera la función $f\colon (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = (\ln(x))^2$ ($\ln$ denota la función logaritmo neperiano).

a) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f, así como sus extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan). **(1 punto)**

b) Calcula el área de la región limitada por la gráfica de la función f y las rectas $y = 0$, $x = 1$, $x = e$. **(1.5 puntos)**

EJERCICIO 4 (2.5 puntos)

Calcula $\displaystyle\int_0^2 \frac{1}{1+\sqrt{e^x}}\,dx$. (Sugerencia: efectúa el cambio de variable $t = \sqrt{e^x}$.)

PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2020–2021

MATEMÁTICAS II

BLOQUE B

EJERCICIO 5 (2.5 puntos)

Considera el sistema de ecuaciones

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcl} x & + & y & + & 2z & = & 0 \\ 3x & - & y & - & 2z & = & 0 \\ -x & + & 2y & + & mz & = & 0 \end{array}\right.$$

a) Calcula m para que el sistema tenga infinitas soluciones y hállalas. **(1.5 puntos)**

b) Para $m = 2$, ¿existe alguna solución tal que $z = 1$? En caso afirmativo, calcúlala. En caso negativo, justifica la respuesta. **(1 punto)**

EJERCICIO 6 (2.5 puntos)

Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, con determinante igual a 2.

a) Calcula razonadamente $\left|\frac{1}{3}A^{-1}A^t\right|$. **(0.5 puntos)**

b) Calcula razonadamente los determinantes

$$\begin{vmatrix} 6c & 2b & 2a \\ 3f & e & d \\ 9 & 2 & 1 \end{vmatrix} \quad \text{y} \quad \begin{vmatrix} 2a-2b & c & b \\ 2d-2e & f & e \\ -2 & 3 & 2 \end{vmatrix}.$$ **(2 puntos)**

EJERCICIO 7 (2.5 puntos)

Considera las rectas

$$r \equiv \frac{x}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1} \qquad \text{y} \qquad s \equiv \begin{cases} x - y + z = 2 \\ 3x - y - z = -4 \end{cases}$$

Sabiendo que dos de los lados de un cuadrado están en las rectas r y s, calcula su área.

EJERCICIO 8 (2.5 puntos)

Considera las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 1 + \lambda \\ z = 2 + m\lambda \end{cases} \qquad \text{y} \qquad s \equiv \begin{cases} x - y + 2z = 3 \\ x + z = 2 \end{cases}$$

a) Estudia la posición relativa de r y s según los valores de m. **(1.5 puntos)**

b) Para $m = 1$, calcula el coseno del ángulo que forman las rectas r y s. **(1 punto)**

PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2020–2021

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

b) **Este examen consta de 8 ejercicios distribuidos en 2 bloques (A y B) de 4 ejercicios cada uno.**

c) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2.5 puntos.

d) **Se realizarán únicamente cuatro ejercicios, independientemente del bloque al que pertenezcan.** En caso de responder a más de cuatro ejercicios, se corregirán únicamente los cuatro que aparezcan físicamente en primer lugar.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

f) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0.25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

BLOQUE A

EJERCICIO 1 (2.5 puntos)

Sea la función continua $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\ln(e^x + x^3)}{x} & \text{si} \quad x < 0 \\ 4x^2 + a & \text{si} \quad 0 \le x < 1 \\ b + \operatorname{sen}(\pi x) & \text{si} \quad 1 \le x \end{cases}$$

($\ln$ denota la función logaritmo neperiano). Determina a y b.

EJERCICIO 2 (2.5 puntos)

Sea $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \dfrac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$.

a) Estudia y halla las asíntotas de la gráfica de f. **(1.25 puntos)**

b) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f. **(1.25 puntos)**

EJERCICIO 3 (2.5 puntos)

Calcula $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \left(2\operatorname{sen}^2(x) - \cos^2(x)\right) dx$.

EJERCICIO 4 (2.5 puntos)

Considera las funciones $f, g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = |x| - 2$ y por $g(x) = 4 - x^2$.

a) Halla los puntos de corte de las gráficas de ambas funciones y esboza el recinto que delimitan. **(1 punto)**

b) Determina el área del recinto anterior. **(1.5 puntos)**

PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2020–2021

MATEMÁTICAS II

BLOQUE B

EJERCICIO 5 (2.5 puntos)

Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$.

a) Estudia, según los valores de λ, el rango de la matriz $A - \lambda I$, siendo I la matriz identidad de orden tres. **(1.75 puntos)**

b) Resuelve el sistema $(A - I)\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ y halla, si existe, una solución en la que $x = 2$. **(0.75 puntos)**

EJERCICIO 6 (2.5 puntos)

Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & m & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \\ m & -1 \end{pmatrix}$.

a) Calcula m para que AB no tenga inversa. **(1 punto)**

b) Estudia el rango de la matriz BA según los valores de m. **(1.5 puntos)**

EJERCICIO 7 (2.5 puntos)

Considera las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x = 2 + 3\lambda \\ y = -1 + 2\lambda \\ z = 3 + \lambda \end{cases} \qquad \text{y} \qquad s \equiv \begin{cases} 2x - y - 2 = 0 \\ y + 2z - 4 = 0 \end{cases}$$

a) Halla el plano que contiene a r y es paralelo a s. **(1.5 puntos)**

b) Deduce razonadamente que ningún plano perpendicular a s contiene a r. **(1 punto)**

EJERCICIO 8 (2.5 puntos)

Considera los puntos $A(1, 2, 3)$, $B(-2, 4, -3)$ y $C(-10, 1, 0)$.

a) Halla el área del triángulo de vértices A, B y C. **(1.25 puntos)**

b) Halla el plano que equidista de A y B. **(1.25 puntos)**

PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2020–2021

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

b) **Este examen consta de 8 ejercicios distribuidos en 2 bloques (A y B) de 4 ejercicios cada uno.**

c) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2.5 puntos.

d) **Se realizarán únicamente cuatro ejercicios, independientemente del bloque al que pertenezcan.** En caso de responder a más de cuatro ejercicios, se corregirán únicamente los cuatro que aparezcan físicamente en primer lugar.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

f) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0.25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

BLOQUE A

EJERCICIO 1 (2.5 puntos)

Calcula a, b, c y d sabiendo que la gráfica de la función $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ tiene un punto de inflexión en $(0, 4)$ y su recta normal en el punto $(1, 8)$ es paralela al eje de ordenadas.

EJERCICIO 2 (2.5 puntos)

Considera la función f definida por $f(x) = \dfrac{x^2 - 10}{x^2 + 2x - 3}$ (para $x \neq -3$, $x \neq 1$).

a) Estudia y halla las asíntotas de la gráfica de f. **(1.25 puntos)**

b) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f. **(1.25 puntos)**

EJERCICIO 3 (2.5 puntos)

Considera la función $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = e^x$.

a) Calcula a para que la recta tangente a la gráfica de f en el punto $(a, f(a))$ pase por el origen de coordenadas. **(1.25 puntos)**

b) Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f, la recta tangente a la misma en el punto $(1, f(1))$ y el eje de ordenadas. **(1.25 puntos)**

EJERCICIO 4 (2.5 puntos)

Calcula $\displaystyle\int_1^3 |x^2 - 3x + 2|\, dx$.

PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD

ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS

CURSO 2020–2021

MATEMÁTICAS II

BLOQUE B

EJERCICIO 5 (2.5 puntos)

Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} a & 2 & 1 \\ b & -1 & 1 \\ c & 1 & 1 \end{pmatrix}$, con determinante igual a 5.

a) Calcula razonadamente el determinante de $2A^3$. **(0.5 puntos)**

b) Calcula razonadamente los determinantes

$$\begin{vmatrix} 2a & -1 & 3 \\ 2b & 1/2 & 3 \\ 2c & -1/2 & 3 \end{vmatrix} \quad \text{y} \quad \begin{vmatrix} a & b & c \\ a+4 & b-2 & c+2 \\ a+1 & b+1 & c+1 \end{vmatrix}.$$ **(2 puntos)**

EJERCICIO 6 (2.5 puntos)

Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\left\{ \begin{array}{rcrcrcl} x & + & my & + & mz & = & 1 \\ x & + & 2my & + & (m+1)z & = & 1 \\ 2x & + & my & + & mz & = & 2 \end{array} \right.$$

a) Discute el sistema según los valores de m. **(1.75 puntos)**

b) Resuelve el sistema, si es posible, para $m = 1$. **(0.75 puntos)**

EJERCICIO 7 (2.5 puntos)

Considera el punto $P(1, 2, 6)$ y el plano $\pi \equiv 2x - y + z = 0$.

a) Halla las ecuaciones de los planos paralelos a π cuya distancia a éste sea $\sqrt{6}$ unidades. **(1.25 puntos)**

b) Halla el simétrico del punto P respecto al plano π. **(1.25 puntos)**

EJERCICIO 8 (2.5 puntos)

Considera los puntos $B(-1, 0, -1)$, $C(0, 1, -3)$ y la recta $r \equiv \left\{ \begin{array}{l} x = -\lambda \\ y = 1 + 2\lambda \\ z = -1 + \lambda \end{array} \right.$

a) Calcula un punto que esté en r y equidiste de B y C. **(1.25 puntos)**

b) Siendo $D(1, -1, -2)$, calcula el área del triángulo con vértices en los puntos B, C y D. **(1.25 puntos)**

PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2020–2021

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

b) **Este examen consta de 8 ejercicios distribuidos en 2 bloques (A y B) de 4 ejercicios cada uno.**

c) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2.5 puntos.

d) **Se realizarán únicamente cuatro ejercicios, independientemente del bloque al que pertenezcan.** En caso de responder a más de cuatro ejercicios, se corregirán únicamente los cuatro que aparezcan físicamente en primer lugar.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

f) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0.25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

BLOQUE A

EJERCICIO 1 (2.5 puntos)

Sabiendo que $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{x+1}{\ln(x+1)}-\dfrac{a}{x}\right)$ es finito, calcula a y el valor del límite ($\ln$ denota la función logaritmo neperiano).

EJERCICIO 2 (2.5 puntos)

Sea f la función definida por $f(x)=\dfrac{ax^2+b}{a-x}$ (para $x\neq a$).

a) Halla a y b sabiendo que la gráfica de f pasa por el punto $(2,3)$ y tiene una asíntota oblicua cuya pendiente vale -4. **(1.25 puntos)**

b) Para $a=2$ y $b=3$, calcula las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=1$. **(1.25 puntos)**

EJERCICIO 3 (2.5 puntos)

Considera la función $f\colon\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=x^2+|x-1|$.

a) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f. **(1.25 puntos)**

b) Calcula $\displaystyle\int_0^2 f(x)\,dx$. **(1.25 puntos)**

EJERCICIO 4 (2.5 puntos)

Considera la función $f\colon[0,+\infty)\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=xe^x$.

a) Esboza el recinto limitado por la gráfica de f y las rectas $x=2$, $y=x$. **(1 punto)**

b) Determina el área del recinto anterior. **(1.5 puntos)**

PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2020–2021

MATEMÁTICAS II

BLOQUE B

EJERCICIO 5 (2.5 puntos)

Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} m & m & m \\ m & m+1 & m \\ m & m & m+2 \end{pmatrix}$.

a) ¿Para qué valores de m existe la inversa de la matriz A? Razona la respuesta. **(1.5 puntos)**

b) Para $m = 1$, halla $\left(\frac{1}{2}A\right)^{-1}$. **(1 punto)**

EJERCICIO 6 (2.5 puntos)

En una cafetería, tres cafés, una tostada y dos zumos de naranja cuestan 7.50 €. Cuatro cafés, una tostada y un zumo de naranja cuestan 7.20 €.

a) Calcula, de forma razonada, el precio total de dos cafés, una tostada y tres zumos de naranja. **(1.5 puntos)**

b) ¿El precio de un zumo de naranja podría ser de 2 €? Razona la respuesta. **(1 punto)**

EJERCICIO 7 (2.5 puntos)

Considera el punto $P(1, 0, 1)$ y el plano $\pi \equiv x - y + z + 1 = 0$.

a) Halla el simétrico del punto P respecto al plano π. **(1.25 puntos)**

b) Halla la distancia del punto P al plano π. **(1.25 puntos)**

EJERCICIO 8 (2.5 puntos)

Considera las rectas

$$r \equiv \frac{x-2}{-2} = y - 1 = \frac{z}{-2} \qquad \text{y} \qquad s \equiv \begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2y + z = 2 \end{cases}$$

a) Estudia la posición relativa de r y s. **(1.25 puntos)**

b) Calcula, si es posible, el plano que contiene a r y a s. **(1.25 puntos)**
