

ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS

CURSO 2022-2023

MATEMATICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

#### Instrucciones

- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
- b) Elija <u>cuatro</u> de los ocho ejercicios propuestos de <u>al menos</u> tres bloques distintos. Se corregirán los cuatro primeros ejercicios que aparezcan en el examen y que cumplan el requisito anterior.
- c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima asignada.
- d) Todos los resultados deben estar suficientemente justificados.
- e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin el uso de la misma.

# BLOQUE A

### **EJERCICIO 1**

Sean la función F(x,y) = 5x - 3y y la región del plano R definida mediante las inecuaciones

$$2x - 3y \le 1$$
;  $4x + y \le 9$ ;  $x + y \le 5$ ;  $9x - y \ge 0$ ;  $y \ge 0$ 

- a) (1.3 puntos) Dibuje la región R y calcule sus vértices.
- b) (0.5 puntos) Indique razonadamente si los puntos A(2,2) y B(1,3.5) pertenecen a la región R.
- c) (0.7 puntos) Obtenga los puntos de la región R donde F alcanza el máximo y el mínimo y calcule sus correspondientes valores.

#### **EJERCICIO 2**

Dadas las matrices 
$$A = \begin{pmatrix} a & 1 & 0 \\ 0 & a & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$
,  $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ a & -1 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ 

- a) (1 punto) Calcule los valores del parámetro a para los que tanto A como B admitan inversa.
- b) (1.5 puntos) Para a = 1, halle una matriz X que satisfaga  $A \cdot X \cdot B = C$ .

#### **BLOQUE B**

#### **EJERCICIO 3**

Se considera la función  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$ .

- a) (1 punto) Halle los puntos de corte con los ejes, los intervalos de crecimiento y decrecimiento, los extremos relativos de f y su curvatura.
- b) (0.5 puntos) Represente gráficamente la función f.
- c) (1 punto) Calcule el área del recinto acotado, limitado por la gráfica de f y el eje de abscisas.

#### **EJERCICIO 4**

Se desea analizar el valor de las acciones de una empresa en un día. La función v(t) nos indica el valor, en euros, de cada acción de la empresa en función del tiempo t, medido en horas, a partir de la hora de apertura del mercado. De la función v(t) se conoce que su variación instantánea es

$$v'(t) = t^2 - 5t + 6$$
,  $t \in [0,6]$ 

- a) (0.75 puntos) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función v.
- b) (0.75 puntos) Si en el momento de la apertura del mercado se conoce que v(0) = 10, halle la función v.
- c) (0.5 puntos) Si un inversor compró 3000 de estas acciones en el instante t=2 y posteriormente las vendió en el instante t=4, indique a cuánto ascendió la ganancia o la pérdida que obtuvo el inversor con esta gestión.
- d) **(0.5 puntos)** ¿En qué momentos debería haber realizado este inversor las gestiones de compra y de venta para que la ganancia hubiese sido máxima? Justifique su respuesta.













ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS

CURSO 2022-2023

MATEMATICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

## BLOQUE C

#### **EJERCICIO 5**

Disponemos de una moneda trucada en la que la probabilidad de obtener cara, al lanzarla, es el doble de la de obtener cruz.

- a) (0.5 puntos) Halle la probabilidad de que, al lanzar la moneda, se obtenga cara.
- **b) (0.75 puntos)** Halle la probabilidad de que, al lanzar dos veces la moneda, se obtenga una cara y una cruz sin importar el orden.
- c) (0.5 puntos) Halle la probabilidad de que, al lanzar dos veces la moneda, se obtenga al menos una cara.
- d) (0.75 puntos) Si al lanzar la moneda dos veces observamos que ha salido al menos una cara, halle la probabilidad de que se obtengan dos caras.

### **EJERCICIO 6**

En una base de datos de correos electrónicos se ha observado que el  $20\,\%$  de los correos recibidos son spam. Además, se ha observado que la palabra "*lottery*" ha aparecido en el  $40\,\%$  de los correos que son spam y en el  $0.6\,\%$  de los correos que no lo son.

- a) **(1.25 puntos)** Halle la probabilidad de que en un correo elegido al azar en el que aparezca la palabra "lottery" sea spam.
- b) **(0.5 puntos)** Halle la probabilidad de que un correo elegido al azar en el que no aparezca la palabra "lottery" no sea spam.
- c) **(0.75 puntos)** Si un correo se etiqueta como spam si aparece la palabra "*lottery*" y como no spam si esta palabra no aparece, calcule la probabilidad de que un correo se etiquete incorrectamente.

## **BLOQUE D**

#### **EJERCICIO 7**

- a) **(1.25 puntos)** Una población está dividida en cuatro estratos de 250, 300, 400 y 350 individuos. Realizado un muestreo aleatorio estratificado con afijación proporcional se han seleccionado 20 individuos del primer estrato. Determine el tamaño de la población, el tamaño de la muestra y el número de individuos seleccionados de los tres restantes estratos.
- b) En un centro de enseñanza la calificación media de los estudiantes fue de 6.4 puntos con una desviación típica de 0.7 puntos. Se seleccionó aleatoriamente una muestra de 49 estudiantes.
  - b1) (0.25 puntos) Indique la distribución que sigue la media de las muestras de tamaño 49.
  - b2) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que la media de las calificaciones de los estudiantes de una de esas muestras esté comprendida entre 6.3 y 6.8 puntos.

#### **EJERCICIO 8**

Se desea estimar la proporción de donantes de sangre en una universidad. Para ello se toma una muestra aleatoria de 400 personas de esa universidad, resultando que 64 son donantes de sangre.

- a) **(1.25 puntos)** Calcule un intervalo de confianza, con un nivel del 98 %, para estimar la proporción poblacional de donantes de sangre.
- b) **(1.25 puntos)** Si el nivel de confianza es del 95 %, calcule el error máximo cometido. Razone si este error será mayor o menor al disminuir el nivel de confianza.













ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS

CURSO 2022-2023

MATEMATICAS
APLICADAS A LAS
CIENCIAS SOCIALES II

#### Instrucciones

- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
- b) Elija <u>cuatro</u> de los ocho ejercicios propuestos de <u>al menos</u> tres bloques distintos. Se corregirán los cuatro primeros ejercicios que aparezcan en el examen y que cumplan el requisito anterior.
- c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima asignada.
- d) Todos los resultados deben estar suficientemente justificados.
- e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin el uso de la misma.

# **BLOQUE A**

#### **EJERCICIO 1**

Se considera la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

- a) **(1.5 puntos)** Pruebe que se verifica que  $A^{-1} = \frac{1}{2}(A^2 4A + 5I_3)$ .
- b) **(1 punto)** Dada la ecuación matricial  $X^tA = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ , determine la dimensión de X y resuelva la ecuación.

#### **EJERCICIO 2**

(2.5 puntos) Un artesano decide montar dos tipos de anillos utilizando dos tipos de piedras semipreciosas, una de mayor calidad que otra. Para montar uno de los anillos tarda 20 minutos y utiliza 1 de las piedras de mayor calidad y 2 de las de menor calidad. Para el otro tarda 50 minutos y utiliza 3 piedras de mayor calidad y 1 de menor calidad.

Semanalmente, el artesano dispone de 200 piedras de mayor calidad y 150 de menor calidad. Además, quiere trabajar al menos 1900 minutos a la semana.

Sabiendo que el primer tipo de anillo se vende a  $21 \in$ , el segundo a  $50 \in$  y que deben fabricarse al menos 20 anillos del primer tipo a la semana, determine cuántos anillos de cada tipo deben montarse para maximizar el valor de la venta. ¿A cuánto asciende dicho valor?

# BLOQUE B

#### **EJERCICIO 3**

El área quemada de la región plana de la cubierta de plástico de un invernadero, coincide con el área de la región acotada delimitada por las gráficas de las funciones  $f(x) = (x-1)^2$  y g(x) = 5-2x donde x está expresado en metros.

- a) (1 punto) Represente gráficamente la zona deteriorada.
- b) **(1.5 puntos)** Para reparar la región quemada, se ha de utilizar plástico cuyo coste es de 15 euros por metro cuadrado. Si en el trabajo de reparación se desperdicia la tercera parte del plástico adquirido, ¿cuánto costará el plástico comprado?

### **EJERCICIO 4**

Sea la función  $f(t) = \frac{12t-24}{t+3}$ ;  $t \ge 0$ .

- a) **(1.5 puntos)** Represente gráficamente la función f, determinando los puntos de corte con los ejes coordenados y las ecuaciones de las asíntotas, y estudiando la monotonía y la curvatura de f.
- b) Si la función f representa los beneficios de una empresa, en millones de euros, donde t indica los años de vida de la empresa:
  - b-1) (0.5 puntos) ¿A partir de qué año la empresa deja de tener pérdidas? Justifique la respuesta.
  - b-2) **(0.5 puntos)** A medida que pasan los años, ¿están limitados los beneficios? En caso afirmativo, ¿cuál es su límite y por qué?













ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS

CURSO 2022-2023

MATEMATICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

# BLOQUE C

#### **EJERCICIO 5**

Una caja contiene 3 fichas verdes, 2 fichas azules y 4 fichas rojas. Un juego consiste en realizar dos extracciones, sin reemplazamiento, de tal manera que el jugador que saque dos fichas azules gana el primer premio, el jugador que saque dos fichas verdes gana el segundo premio y el jugador que, de las dos fichas, una sea azul y otra de un color diferente gana el tercer premio.

- a) (0.75 puntos) Calcule la probabilidad de que un jugador consiga el primer o el segundo premio.
- b) (0.75 puntos) Calcule la probabilidad de que un jugador gane el tercer premio.
- c) (1 punto) Sabiendo que un jugador ha obtenido premio, ¿cuál es la probabilidad de que haya ganado el tercer premio?

#### **EJERCICIO 6**

Dados dos sucesos A y B de un experimento aleatorio, se sabe que P(A) = 0.6, P(B) = 0.3 y P(A/B) = 0.6. Se pide:

- a) **(0.5 puntos)**  $P(A \cup B)$
- b) (0.75 puntos) P(A B) + P(B A)
- c) (0.75 puntos)  $P(B/A^c)$
- d) (0.5 puntos) Razone si los sucesos A y B son independientes. ¿Son incompatibles?

# **BLOQUE D**

#### **EJERCICIO 7**

- a) **(1 punto)** Un gimnasio establece sus tarifas por grupos de edad: juvenil, adulto y senior. Tiene matriculados 25 juveniles, 75 adultos y 50 seniors. Se quiere seleccionar una muestra de 30 personas del gimnasio utilizando un muestreo estratificado con afijación proporcional. ¿Cuál será la composición que debe tener dicha muestra?
- b) **(1.5 puntos)** Dada la población {9, 11, 13, 18, 20}, calcule la varianza de la distribución de las medias muestrales de tamaño 2 obtenidas mediante muestreo aleatorio simple.

#### **EJERCICIO 8**

En el otoño de 2021, el municipio de El Paso en la Isla de La Palma sufrió la erupción del volcán Cumbre Vieja. Al finalizar la erupción, se escogió una muestra de 500 casas resultando que 325 de ellas estaban afectadas por la erupción.

- a) **(1.25 puntos)** Calcule un intervalo, con un nivel de confianza del 97 %, para estimar la proporción de casas afectadas por la erupción del volcán. Según el resultado obtenido, ¿se puede admitir que el porcentaje de casas afectadas por el volcán es del 64 %?
- b) **(1.25 puntos)** Para un nivel de confianza del 92 % y manteniendo la proporción muestral, ¿cuál debe ser el tamaño mínimo de una nueva muestra para que el error máximo de estimación sea del 2 %?













ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS

CURSO 2022-2023

**MATEMATICAS APLICADAS A LAS** CIENCIAS SOCIALES II

#### Instrucciones

- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
- b) Elija <u>cuatro</u> de los ocho ejercicios propuestos de <u>al menos</u> tres bloques distintos. Se corregirán los cuatro primeros ejercicios que aparezcan en el examen y que cumplan el requisito anterior.
- c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima asignada.
- d) Todos los resultados deben estar suficientemente justificados.
- e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin el uso de la misma.

## **BLOQUE A**

#### **EJERCICIO 1**

a) (1.25 puntos) Un agricultor vende la producción de tres tipos de uva, Tempranillo, Garnacha y Macabeo, de dos de sus fincas. La matriz  $Q = \begin{pmatrix} 50 & 40 & 35 \\ 0 & 60 & 55 \end{pmatrix}$ recoge la producción, en miles de kilogramos, de estos tipos de uva en cada finca. El precio de venta por kilogramo, en céntimos de euro, según el tipo de uva y la finca, viene dado por la matriz  $P = \begin{pmatrix} 40 & 38 & 42 \\ 34 & 37 & 40 \end{pmatrix}$ . Calcule el producto  $Q \cdot P^t$  y explique el significado económico de los elementos de la diagonal principal del

resultado. Indique también la cantidad total de dinero que ha obtenido el agricultor por la venta de la cosecha de las dos fincas.

- b) Dada la siguiente ecuación matricial  $M \cdot X + N = V$ :
- b1) **(0.5 puntos)** Suponiendo que M sea invertible, despeje la matriz X en la ecuación anterior. b2) **(0.75 puntos)** Para  $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $N = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$  y  $V = \begin{pmatrix} 8 & 7 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}$ , calcule la matriz X.

#### **EJERCICIO 2**

(2.5 puntos) Una empresa de material informático dispone de dos cadenas de fabricación, A y B, en las que quiere aumentar su producción realizando horas extraordinarias.

En una hora extraordinaria de trabajo, la cadena A prepara 15 portátiles y 6 tablets, y la cadena B prepara 10 portátiles y 10 tablets. Los costes de producción por hora extraordinaria de A y B son de 300 € y 600 € respectivamente por hora extraordinaria. La cadena B puede realizar, como máximo, el triple de horas extraordinarias que la cadena A. Si para la próxima semana se debe producir adicionalmente un máximo de 360 portátiles y al menos 216 tablets, formule y resuelva el problema que permita obtener la planificación de la empresa que minimice los costes de producción. ¿A cuánto ascienden dichos costes?

# **BLOQUE B**

## **EJERCICIO 3**

a) (1.5 puntos) Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de cada una de las siguientes funciones en el punto de abscisa x = 0:

$$f(x) = \frac{3x^2 + 5x - 2}{-3x + 7}$$
 
$$g(x) = \ln\left(\frac{1}{3x + 1}\right)$$

b) (1 punto) Calcule las integrales definidas siguientes:

$$\int_{-2}^{-1} \frac{5}{3x^4} dx \qquad \int_{-3}^{0} \frac{e^{\frac{x}{3}}}{5} dx$$

## **EJERCICIO 4**

Se considera la función

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + 2x^2 - 3 & x \le 1\\ 1 + \frac{1}{x - 2} & x > 1 \end{cases}$$

- a) (1 punto) Estudie la continuidad de f. Si la función no es continua en algún punto, indique el tipo de discontinuidad que presenta.
- b) (0.75 puntos) Estudie la derivabilidad de f.
- c) (0.75 puntos) Determine las asíntotas de f.













ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS

CURSO 2022-2023

MATEMATICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

# **BLOQUE C**

#### **EJERCICIO 5**

Una empresa de transporte dispone de tres tipos de camiones, A, B y C. El 30 % de los transportes son realizados por camiones de tipo A; el 20 % por camiones de tipo B y el resto por camiones de tipo C. Se sabe que los transportes tienen una probabilidad de 0.02 de sufrir algún tipo de incidencia si son realizados en camiones de tipo A; de 0.01 si son realizados en camiones de tipo B y de 0.05 si son realizados en camiones de tipo C. Se elige un transporte de esta empresa al azar.

- a) (1 punto) Calcule la probabilidad de que no haya sufrido ningún tipo de incidencia.
- b) (1 punto) Calcule la probabilidad de que lo haya realizado un camión de tipo C si se sabe que sufrió algún tipo de incidencia.
- c) **(0.5 puntos)** Si además se conoce que el 40% de las incidencias sufridas por los camiones de tipo A fueron debidas a la lluvia, calcule la probabilidad de que el transporte haya sido realizado por un camión de tipo A, haya sufrido una incidencia y también esta sea debida a la lluvia.

#### **EJERCICIO 6**

Una tienda vende caramelos con sabor a frutas (naranja o limón) y a menta. El 60% son azucarados y de estos el 25% son de limón. De los no azucarados, el 40% son de naranja, el 30% son de limón y el resto de menta. Además, el 40% de todos los caramelos son de naranja. Se escoge un caramelo al azar de esa tienda.

- a) (1.5 puntos) Calcule la probabilidad de que sea de naranja sabiendo que es azucarado.
- b) (1 punto) Razone si es más probable que sea de sabor a frutas o a menta.

# BLOQUE D

#### **EJERCICIO 7**

- a) **(1.25 puntos)** Utilizando los números naturales del 1 al 6, ¿cuántas muestras de tamaño 2 pueden formarse aplicando un muestreo aleatorio simple? Si se elige una de estas muestras al azar, ¿cuál es la probabilidad de que la media de los números obtenidos sea como máximo 2?
- b) **(1.25 puntos)** Se ha diseñado una encuesta para estimar qué proporción de adolescentes de una zona están subscritos a una determinada red social. ¿Qué tamaño debemos tomar para estimar dicha proporción por un intervalo de confianza al 95 % con un error máximo de 0.15?

#### **EJERCICIO 8**

El gasto mensual por vivienda en electricidad de los inquilinos de la zona centro de una determinada ciudad sigue una ley Normal con desviación típica 18.25 €. Se ha tomado una muestra aleatoria de 361 de estas viviendas obteniendo como resultado un gasto medio de 97 €.

- a) **(1,25 puntos)** Obtenga el intervalo de confianza del 93 % para el gasto medio mensual en electricidad por vivienda.
- b) **(1.25 puntos)** ¿Cuál es el tamaño mínimo que debe tener una muestra para que el error cometido al estimar la media, con un nivel de confianza del 91 %, sea un tercio del error cometido en el intervalo (95.5, 98.5)?













ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS

CURSO 2022-2023

MATEMATICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

#### Instrucciones

- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
- b) Elija <u>cuatro</u> de los ocho ejercicios propuestos de <u>al menos</u> tres bloques distintos. Se corregirán los cuatro primeros ejercicios que aparezcan en el examen y que cumplan el requisito anterior.
- c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima asignada.
- d) Todos los resultados deben estar suficientemente justificados.
- e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin el uso de la misma.

## **BLOQUE A**

### **EJERCICIO 1**

(2.5 puntos) Una conservera fabrica latas de pisto con tomate, cebolla y pimiento siguiendo dos recetas distintas. La matriz  $\binom{500}{600} \, \frac{300}{100} \, \frac{200}{300}$  indica los gramos necesarios de cada producto para conseguir una lata de cada receta. Se dispone de dos proveedores, siendo la matriz de precios en euros por kilo de cada producto  $\binom{0.5}{0.4} \, \frac{0.4}{0.5} \, \frac{0.6}{0.7}$ ). Los costes de producción de cada receta en euros por lata vienen dados por la matriz  $(0.11 \, 0.09)$ . Los costes de transporte en euros por lata según cada proveedor vienen dados por la matriz  $(0.02 \, 0.03)$ . La conservera quiere obtener un beneficio de 5 céntimos por lata. Una distribuidora compra 11000 latas de la primera receta, siendo 5000 del primer proveedor, y otras 11000 de la segunda receta, siendo 6000 del primer proveedor. ¿Cuánto debe cobrar la conservera por el pedido de esta distribuidora?

### **EJERCICIO 2**

**(2.5 puntos)** Una compañía de transporte marítimo de mercancías dispone de dos barcos  $B_1$  y  $B_2$  para realizar una determinada ruta, durante un año, entre dos ciudades costeras europeas. El barco  $B_1$  no puede realizar más de 14 viajes y debe realizar tantos viajes o más que el barco  $B_2$ . Entre los dos barcos deben realizar al menos 10 viajes y como mucho 24. La compañía obtiene unos beneficios de 15000 € por cada viaje del barco  $B_1$  y 17000 € por cada viaje del barco  $B_2$ .

Halle el número de viajes que debe realizar cada barco para que el beneficio obtenido por la empresa sea máximo y obtenga dicho beneficio.

# BLOQUE B

#### **EJERCICIO 3**

a) (1.5 puntos) Calcule las derivadas de las siguientes funciones:

$$f(x) = (-7 + x^2)^3 \cdot e^{5-x}$$
 
$$g(x) = \frac{\ln(x^4 - 2x^2)}{8 - x^3}$$

b) **(1 punto)** Represente gráficamente la región acotada comprendida entre la recta y = -2x + 6 y la parábola  $y = -x^2 + 2x + 3$  y calcule su área.

#### **EJERCICIO 4**

La temperatura en el interior de un equipo de refrigeración durante un día que sufrió un corte de energía viene dada por la función f expresada en grados centígrados y el tiempo t en horas:

$$f(t) = \begin{cases} -9 & 0 \le t \le 1\\ -t^2 + 12t - 20 & 1 < t < 11\\ -9 & 11 \le t \le 24 \end{cases}$$

- a) (0.75 puntos) Estudie la continuidad de f.
- b) (0.75 puntos) Represente gráficamente la función f.
- c) (0.5 puntos) Conteste razonadamente a qué hora se produjo el corte de energía y cuánto duró dicho corte.
- d) (0.5 puntos) El equipo de refrigeración se utiliza para conservar sueros y vacunas. Los sueros se estropean si se alcanzan temperaturas de  $20^{\circ}C$  en algún momento. Las vacunas se estropean si están por encima de  $0^{\circ}C$  durante más de seis horas. Razone si alguno de esos productos se estropeó ese día.













ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2022-2023

MATEMATICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

# BLOQUE C

### **EJERCICIO 5**

En una encuesta realizada en un instituto sobre los hábitos de los estudiantes en su tiempo libre, el 80 % de los encuestados dedica el tiempo libre a enviar mensajes con el móvil o a jugar a videojuegos, el 45 % realiza ambas cosas y el 40 % no juega a videojuegos. Si se elige un estudiante de ese instituto al azar, calcule la probabilidad de que dedique su tiempo libre a:

- a) (1 punto) Enviar mensajes con el móvil y no jugar a videojuegos.
- b) (0.5 puntos) Jugar a videojuegos sabiendo que no envía mensajes con el móvil.
- c) (0.5 puntos) Hacer solamente una de las dos cosas.
- d) (0.5 puntos) No hacer ninguna de las dos cosas.

#### **EJERCICIO 6**

Un componente electrónico se produce en dos fábricas, A y B. Se exporta el  $40\,\%$  de los componentes producidos en A y la cuarta parte de los producidos en B, mientras que el resto es para consumo nacional. Además, el  $37\,\%$  de todos los componentes producidos es exportado. Si se elige un componente electrónico al azar, halle la probabilidad de que:

- a) (1.5 puntos) Se haya producido en la fábrica A.
- b) (1 punto) Se haya producido en la fábrica A sabiendo que no es exportado.

## BLOQUE D

### **EJERCICIO 7**

Se sabe que la vida útil en meses de una batería de coche sigue una distribución Normal de media desconocida y varianza 8 meses². Se seleccionan al azar 100 clientes que habían comprado una de estas baterías y se les pregunta cuando las reemplazaron, obteniéndose una media de 4 años y 2 meses.

- a) **(1.25 puntos)** Determine, con un nivel de confianza del 94 %, un intervalo de confianza para estimar la vida media de estas baterías.
- b) **(1.25 puntos)** Manteniendo el mismo nivel de confianza, determine el tamaño muestral mínimo que debe tomarse para que el error cometido al estimar la vida media de estas baterías sea menor que 0.1 meses.

#### **EJERCICIO 8**

El tiempo de adaptación al uso de unas gafas progresivas depende de la persona, de la graduación de las lentes y del tipo de progresivo elegido. No obstante, se sabe que el tiempo de adaptación sigue una ley Normal de media 12.5 días y desviación típica 2.5 días.

- a) **(1.25 puntos)** Si se toma una muestra aleatoria de 16 individuos que han comenzado a utilizar este tipo de gafas, ¿qué distribución sigue la media muestral del tiempo de adaptación? ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo medio de adaptación a las gafas progresivas para dicha muestra supere los 12 días?
- **b)** (1.25 puntos) Si la muestra elegida es de tamaño 25 ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo medio muestral de adaptación a las gafas progresivas diste de 12 días a lo sumo 1 día?













ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS

CURSO 2022-2023

**MATEMATICAS APLICADAS A LAS** CIENCIAS SOCIALES II

#### Instrucciones

- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
- b) Elija cuatro de los ocho ejercicios propuestos de al menos tres bloques distintos. Se corregirán los cuatro primeros ejercicios que aparezcan en el examen y que cumplan el requisito anterior.
- c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima asignada.
- d) Todos los resultados deben estar suficientemente justificados.
- e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin el uso de la misma.

## **BLOQUE A**

#### **EJERCICIO 1**

(2.5 puntos) El aforo de un campo de fútbol es de 10000 personas. Según el reglamento establecido por la federación de fútbol, como máximo deben ponerse a la venta 3000 entradas para los aficionados del equipo visitante y por cada aficionado visitante debe haber dos aficionados locales como mínimo y cuatro aficionados locales como máximo.

Si el precio de la entrada es de 50 € pero el aficionado local tiene un descuento del 20 %, ¿cuántos aficionados locales y visitantes deben asistir para obtener el mayor importe con la venta de las entradas?

### **EJERCICIO 2**

- a) Se considera la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & m & -2 \\ 1 & m & 4 \end{pmatrix}$ 
  - a1) (0.5 puntos) Obtenga para qué valores de m la matriz A tiene inversa.
  - a2) (1 punto) Calcule, en caso de existir, la inversa de A para m=1.
- b) (1 punto) Despeje y simplifique X en la ecuación  $X \cdot B B^2 + B = 0$ , sabiendo que la matriz B es invertible.

# BLOQUE B

#### **EJERCICIO 3**

a) (1.5 puntos) Se considera la función

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 6 & x \le 2.5\\ -1.4x + 7 & x > 2.5 \end{cases}$$

 $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 6 & x \leq 2.5 \\ -1.4x + 7 & x > 2.5 \end{cases}$  con a y b números reales. Calcule el valor de los parámetros a y b para que la función sea continua y tenga un máximo en x = 1.

b) (1 punto) Represente gráficamente la función  $g(x) = -2x^2 + 2x + 4$  y calcule el área de la región acotada, limitada por la gráfica de dicha función y el eje de abscisas.

### **EJERCICIO 4**

EJERCICIO 4

Se considera la función  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{3} & 0 \le x \le 2\\ \frac{4}{x+1} & x > 2 \end{cases}$ 

- a) (1.25 puntos) Estudie la continuidad y derivabilidad de la función f.
- b) (1.25 puntos) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento, el máximo de la función y represente gráficamente la función f.













ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2022-2023

MATEMATICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

## **BLOQUE C**

#### **EJERCICIO 5**

Durante la pasada temporada, una tenista ganó el 90 % de los partidos que jugó sobre tierra y la mitad cuando lo hizo sobre otro tipo de superficie. De los 40 partidos que jugó la temporada pasada, 25 lo hizo sobre tierra. Elegido al azar un partido de la temporada pasada de esta tenista, halle la probabilidad de que:

- a) (1.25 puntos) Ganase el partido.
- b) (0.5 puntos) No ganase sabiendo que jugó sobre tierra.
- c) (0.75 puntos) Jugase sobre tierra sabiendo que ganó.

### **EJERCICIO 6**

El  $32\,\%$  de las microempresas tiene página web y el  $64.6\,\%$  ni tiene página web ni realiza ventas por comercio electrónico. De las microempresas que tienen página web, el  $30\,\%$  realiza ventas por comercio electrónico. Se selecciona al azar una microempresa.

- a) (1 punto) Calcule la probabilidad de que tenga página web o realice ventas por comercio electrónico.
- b) (0.5 puntos) Calcule la probabilidad de que realice ventas por comercio electrónico.
- c) (0.5 puntos) Calcule la probabilidad de que no tenga página web y realice ventas por comercio electrónico.
- d) **(0.5 puntos)** Razone si son independientes los sucesos "Tener página web" y "Realizar ventas por comercio electrónico". ¿Son incompatibles?

## BLOQUE D

#### **EJERCICIO 7**

El peso de la gamba roja de Garrucha, en gramos, sigue una distribución Normal de media poblacional desconocida y desviación típica  $5\ gramos$ .

- a) **(1.25 puntos)** Se elige una muestra aleatoria de 100 gambas obteniéndose una media de 53 *gramos*. Calcule un intervalo de confianza al 97.5 % para estimar el peso medio de la gamba roja.
- b) (1.25 puntos) Sabiendo que la media poblacional es  $53 \ gramos$  y escogiendo una muestra aleatoria de  $64 \ gambas$ , calcule la probabilidad de que el peso medio de la muestra sea superior a  $53.25 \ gramos$ .

## **EJERCICIO 8**

Se desea estimar la proporción de clientes de una compañía de seguros que han requerido el servicio de asistencia en carretera. Para ello, se ha recogido una muestra aleatoria de 300 asegurados resultando que 90 han requerido este servicio.

- a) **(1.25 puntos)** Obtenga un intervalo de confianza al 97 % para estimar la proporción de asegurados que han solicitado este servicio.
- b) **(1.25 puntos)** Con la proporción muestral facilitada y con un nivel de confianza del 95 %, ¿cuál es el número mínimo de asegurados que se deberán seleccionar aleatoriamente para que la proporción muestral y la poblacional no difieran en más de un 3 %?













ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS

CURSO 2022-2023

MATEMATICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

#### Instrucciones

- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
- b) Elija <u>cuatro</u> de los ocho ejercicios propuestos de <u>al menos</u> tres bloques distintos. Se corregirán los cuatro primeros ejercicios que aparezcan en el examen y que cumplan el requisito anterior.
- c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima asignada.
- d) Todos los resultados deben estar suficientemente justificados.
- e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin el uso de la misma.

## **BLOQUE A**

### **EJERCICIO 1**

**(2.5 puntos)** Una empresa de pinturas quiere elaborar botes de pintura de dos colores nuevos: Júpiter y Minerva. Para ello, dispone de  $1000 \ kg$  de pintura de color verde,  $800 \ kg$  de color morado y  $300 \ kg$  de color naranja. Para elaborar un bote de color Júpiter se necesitan  $10 \ kg$  de pintura verde,  $5 \ kg$  de morada y  $5 \ kg$  de naranja. Para elaborar un bote de color Minerva se necesitan  $5 \ kg$  de pintura verde y  $5 \ kg$  de morada. Sabiendo que se obtiene un beneficio de  $30 \ \epsilon$  por cada bote de pintura Júpiter y  $20 \ \epsilon$  por un bote de pintura Minerva, ¿cuántos botes de cada tipo deberá fabricar la empresa para obtener un beneficio máximo? ¿Cuál será el valor de ese beneficio?

#### **EJERCICIO 2**

Se consideran las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -7 & 6 \\ 7 & 0 & 4 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -9 \\ -2 & 0 & 11 \\ 0 & 4 & -7 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

- a) (0.5 puntos) Halle las dimensiones de las siguientes matrices  $C^tAC$ ,  $ACC^tB$ .
- b) (1 punto) Calcule, en caso de existir, las inversas de las matrices A y B.
- c) (1 punto) Resuelva el siguiente sistema matricial

$$\begin{cases} 2X + 3Y = A \\ -3X + 4Y = B \end{cases}$$

# BLOQUE B

#### **EJERCICIO 3**

Se considera la función

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 4 & x < 3 \\ -x + 4 & x \ge 3 \end{cases}$$

- a) (1.25 puntos) Estudie la continuidad y derivabilidad de la función f en todos los puntos de su dominio.
- b) (0.5 puntos) Represente gráficamente f.
- c) (0.75 puntos) Calcule el área de la región limitada por la gráfica de f, el eje de abscisas y las rectas x = 2 y x = 4.

#### **EJERCICIO 4**

La función  $B(t) = -t^2 + 21t - 20$  con  $0 \le t \le 15$  representa el beneficio, en miles de euros, de una empresa en función de los años, t.

- a) **(0.5 puntos)** Si la función  $I(t) = -t^2 + 48t$  representa los ingresos de esta empresa, en miles de euros, para el mismo intervalo de tiempo, ¿cuál es la función de gastos de dicha empresa? ¿Cuáles son los gastos iniciales?
- b) (0.5 puntos) Calcule el momento a partir del cual el beneficio fue positivo.
- c) (0.75 puntos) Calcule en qué momento el beneficio fue máximo y el valor del mismo.
- d) (0.75 puntos) Represente gráficamente la función beneficio.













ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS

CURSO 2022-2023

MATEMATICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

## BLOQUE C

## **EJERCICIO 5**

Una fábrica produce procesadores que se clasifican en un primer control en tres tipos, A, B y C, según la frecuencia a la que pueden trabajar. El 60 % de los procesadores fabricados se clasifican de tipo A, el 30 % de tipo B y el resto de tipo C. En un segundo control, se desechan el 20 % de los procesadores de tipo A, el 50 % de los de tipo B y el 60 % de los de tipo C, por problemas al trabajar a ciertas temperaturas. Si se elige un procesador de esta fábrica al azar, calcule la probabilidad de que:

- a) (1 punto) Sea descartado y sea de tipo A o de tipo B.
- b) (0.75 puntos) Sea descartado.
- c) (0.75 puntos) Sea de tipo  $\mathcal C$  sabiendo que no ha sido descartado.

#### **EJERCICIO 6**

El  $75\,\%$  del alumnado de un instituto utiliza la plataforma del centro como medio para comunicarse con sus profesores y el  $40\,\%$  lo hace a través del correo electrónico. Además, hay un  $15\,\%$  que no usa ninguno de estos medios. Se elige un estudiante de este instituto al azar.

- a) (0.75 puntos) Calcule la probabilidad de que utilice ambos medios de comunicación.
- b) (0.75 puntos) Calcule la probabilidad de que utilice solamente uno de estos medios de comunicación.
- c) **(0.5 puntos)** Calcule la probabilidad de que utilice la plataforma del centro sabiendo que no usa el correo electrónico como medio de comunicación.
- d) **(0.5 puntos)** Razone si los sucesos "Utilizar la plataforma del centro" y "Utilizar el correo electrónico" son independientes.

## BLOQUE D

#### **EJERCICIO 7**

Una empresa fabrica piezas cuyo diámetro sigue una distribución Normal de media desconocida y varianza  $9 mm^2$ .

- a) (0.75 puntos) Se seleccionan al azar 144 piezas obteniéndose un diámetro medio de 81 mm. Determine un intervalo de confianza al 98.5 % para estimar el diámetro medio de las piezas fabricadas por la empresa.
- b) **(0.75 puntos)** Con el mismo nivel de confianza del apartado anterior, ¿de qué tamaño mínimo habría que tomar la muestra para obtener un intervalo de confianza con una amplitud máxima de 0.9?
- c) (1 punto) Suponiendo que la media poblacional es de  $80.4\,mm$  y tomando muestras aleatorias de 64 piezas, ¿qué distribución de probabilidad sigue la variable aleatoria diámetro medio muestral? ¿Cuál es la probabilidad de que el diámetro medio muestral esté comprendido entre  $79.5\,mm$  y  $80.7\,mm$ ?

## **EJERCICIO 8**

Se selecciona una muestra aleatoria de 300 habitantes de una ciudad, a los que se les pregunta si creen que llevan una dieta saludable. De las personas encuestadas, 180 han contestado afirmativamente, mientras que el resto ha respondido que no.

- a) **(1.25 puntos)** Calcule un intervalo de confianza al 95 % para la proporción de personas que creen seguir una dieta saludable.
- b) **(1.25 puntos)** ¿Cuál sería el número de habitantes mínimo necesario en este estudio de opinión para que se reduzca a un tercio del error cometido en el intervalo (0.54, 0.66) con el mismo nivel de confianza?



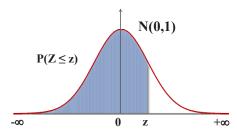








# FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN NORMAL N(0,1)



Z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,99653	0,99664	0,99674	0,99683	0,99693	0,99702	0,99711	0,99720	0,99728	0,99736
2,8	0,99744	0,99752	0,99760	0,99767	0,99774	0,99781	0,99788	0,99795	0,99801	0,99807
2,9	0,99813	0,99819	0,99825	0,99831	0,99836	0,99841	0,99846	0,99851	0,99856	0,99861
3,0	0,99865	0,99869	0,99874	0,99878	0,99882	0,99886	0,99889	0,99893	0,99896	0,99900
3,1	0,99903	0,99906	0,99910	0,99913	0,99916	0,99918	0,99921	0,99924	0,99926	0,99929
3,2	0,99931	0,99934	0,99936	0,99938	0,99940	0,99942	0,99944	0,99946	0,99948	0,99950
3,3	0,99952	0,99953	0,99955	0,99957	0,99958	0,99960	0,99961	0,99962	0,99964	0,99965
3,4	0,99966	0,99968	0,99969	0,99970	0,99971	0,99972	0,99973	0,99974	0,99975	0,99976
3,5	0,99977	0,99978	0,99978	0,99979	0,99980	0,99981	0,99981	0,99982	0,99983	0,99983
3,6	0,99984	0,99985	0,99985	0,99986	0,99986	0,99987	0,99987	0,99988	0,99988	0,99989
3,7	0,99989	0,99990	0,99990	0,99990	0,99991	0,99991	0,99992	0,99992	0,99992	0,99992
3,8	0,99993	0,99993	0,99993	0,99994	0,99994	0,99994	0,99994	0,99995	0,99995	0,99995
3,9	0,99995	0,99995	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99997	0,99997
4,0	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99998	0,99998	0,99998	0,99998

**Nota**: En el interior de la tabla se da la probabilidad de que la variable aleatoria Z, con distribución N(0,1), esté por debajo del valor z.







