UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CURSO 2009-2010

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sea f la función definida como $f(x) = \dfrac{ax^2+b}{a-x}$ para $x \neq a$.

(a) [**1'5 puntos**] Calcula a y b para que la gráfica de f pase por el punto $(2,3)$ y tenga una asíntota oblicua con pendiente -4.

(b) [**1 punto**] Para el caso $a=2$, $b=3$, obtén la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=1$.

Ejercicio 2.- [**2'5 puntos**] Calcula

$$\int_0^{\pi^2} \operatorname{sen}(\sqrt{x})dx$$

Sugerencia: Efectúa el cambio $\sqrt{x}=t$.

Ejercicio 3.- Sean las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & m & 3 \\ 4 & 1 & -m \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} 5 & -3 & 4 \\ -3 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

(a) [**0'5 puntos**] Indica los valores de m para los que A es invertible.

(b) [**2 puntos**] Resuelve la ecuación matricial $XA - B^t = C$ para $m=0$. (B^t es la matriz traspuesta de B).

Ejercicio 4.- Considera las rectas r y s de ecuaciones

$$x-1 = y = 1-z \qquad \text{y} \qquad \left\{ \begin{array}{l} x-2y=-1 \\ y+z=1 \end{array} \right.$$

(a) [**0'75 puntos**] Determina su punto de corte.

(b) [**1 punto**] Halla el ángulo que forman r y s.

(c) [**0'75 puntos**] Determina la ecuación del plano que contiene a r y s.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD CURSO 2009-2010	MATEMÁTICAS II

Instrucciones:	a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- [**2'5 puntos**] Calcula

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^x - e^{\operatorname{sen} x}}{x^2}$$

Ejercicio 2.- Considera la función f dada por $f(x) = 5 - x$ y la función g definida como $g(x) = \dfrac{4}{x}$ para $x \neq 0$.

(a) [**1 punto**] Esboza el recinto limitado por las gráficas de f y g indicando sus puntos de corte.

(b) [**1'5 puntos**] Calcula el área de dicho recinto.

Ejercicio 3.- Sea el siguiente sistema de ecuaciones

$$\left.\begin{array}{rcrcrcl} \lambda x & + & y & + & z & = & \lambda + 2 \\ 2x & - & \lambda y & + & z & = & 2 \\ x & - & y & + & \lambda z & = & \lambda \end{array}\right\}$$

(a) [**1'75 puntos**] Discútelo según los valores de λ. ¿Tiene siempre solución?

(b) [**0'75 puntos**] Resuelve el sistema para $\lambda = -1$.

Ejercicio 4.- Los puntos $P(2, 0, 0)$ y $Q(-1, 12, 4)$ son dos vértices de un triángulo. El tercer vértice S pertenece a la recta r de ecuación

$$\begin{cases} 4x + 3z = 33 \\ y = 0 \end{cases}$$

(a) [**1'5 puntos**] Calcula las coordenadas del punto S sabiendo que r es perpendicular a la recta que pasa por P y S.

(b) [**1 punto**] Comprueba si el triángulo es rectángulo.

Universidades Públicas de Andalucía	**UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA** **PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD** CURSO 2009-2010	**MATEMÁTICAS II**

Instrucciones:

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Una hoja de papel tiene que contener 18 cm^2 de texto. Los márgenes superior e inferior han de tener 2 cm cada uno y los laterales 1 cm. Calcula las dimensiones de la hoja para que el gasto de papel sea mínimo.

Ejercicio 2.- Sea $I = \displaystyle\int \frac{5}{1+\sqrt{e^{-x}}}dx$.

(a) [**1 punto**] Expresa I haciendo el cambio de variable $t^2 = e^{-x}$.

(b) [**1'5 puntos**] Determina I.

Ejercicio 3.-

(a) [**1'75 puntos**] Discute, según los valores del parámetro λ, el siguiente sistema de ecuaciones

$$\left.\begin{array}{rcrcrcl} -x & + & \lambda y & + & z & = & \lambda \\ \lambda x & + & 2y & + & (\lambda+2)z & = & 4 \\ x & + & 3y & + & 2z & = & 6-\lambda \end{array}\right\}$$

(b) [**0'75 puntos**] Resuelve el sistema anterior para $\lambda = 0$.

Ejercicio 4.- [2'5 puntos] Halla la ecuación del plano que es paralelo a la recta r de ecuaciones $\left\{\begin{array}{l} x-2y+11=0 \\ 2y+z-19=0 \end{array}\right.$ y contiene a la recta s definida por $\left\{\begin{array}{l} x=1-5\lambda \\ y=-2+3\lambda \\ z=2+2\lambda \end{array}\right.$

Universidades Públicas de Andalucía	UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD CURSO 2009-2010	MATEMÁTICAS II

Instrucciones:	a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- Considera la función $f : [0, 4] \to \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & \text{si} \quad 0 \le x \le 2 \\ cx & \text{si} \quad 2 < x \le 4 \end{cases}$$

(a) **[1'75 puntos]** Sabiendo que f es derivable en todo el dominio y que verifica $f(0) = f(4)$, determina los valores de a, b y c.

(b) **[0'75 puntos]** Para $a = -3$, $b = 4$ y $c = 1$ halla los extremos absolutos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

Ejercicio 2.- Considera la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = x^2 + 4$.

(a) **[0'75 puntos]** Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$.

(b) **[1'75 puntos]** Esboza el recinto limitado por la gráfica de f, el eje de ordenadas y la recta de ecuación $y = 2x + 3$. Calcula su área.

Ejercicio 3.- **[2'5 puntos]** Sean las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

Calcula la matriz X que cumpla la ecuación $AXB = C$.

Ejercicio 4.- Considera los planos π_1, π_2 y π_3 dados respectivamente por las ecuaciones

$$x + y = 1, \quad ay + z = 0 \quad \text{y} \quad x + (1 + a)y + az = a + 1$$

(a) **[1'5 puntos]** ¿Cuánto ha de valer a para que no tengan ningún punto en común?

(b) **[1 punto]** Para $a = 0$, determina la posición relativa de los planos.

Universidades Públicas de Andalucía	UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD CURSO 2009-2010	MATEMÁTICAS II

Instrucciones:	a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 90 cm. Si se hace girar alrededor de uno de sus catetos, el triángulo engendra un cono. ¿Qué medidas han de tener los catetos del triángulo para que el volumen del cono engendrado sea máximo? (Recuerda que el volumen del cono es: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$).

Ejercicio 2.- Considera las funciones $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = 2 - x^2$ y $g(x) = |x|$.

(a) [1 punto] Esboza sus gráficas en unos mismos ejes coordenados.

(b) [1'5 puntos] Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de f y g.

Ejercicio 3.- Sea la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -4 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ -4 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

(a) [1'25 puntos] Comprueba que se verifica $2A - A^2 = I$.

(b) [1'25 puntos] Calcula A^{-1}. (Sugerencia: Puedes usar la igualdad del apartado (a)).

Ejercicio 4.- [2'5 puntos] Calcula el área del triángulo cuyos vértices son los puntos de intersección del plano $6x + 3y + 2z = 6$ con los ejes de coordenadas.

Universidades Públicas de Andalucía	**UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA** **PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD** CURSO 2009-2010	**MATEMÁTICAS II**

Instrucciones:	a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- Sea f la función definida como $f(x) = \dfrac{x^3}{x^2-1}$ para $x \neq \pm 1$.

(a) [**1 punto**] Estudia y halla las asíntotas de la gráfica de f.

(b) [**0'75 puntos**] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.

(c) [**0'75 puntos**] Esboza la gráfica de f.

Ejercicio 2.- Dada la función $f:(0,+\infty) \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \ln\, x$, donde ln es la función logaritmo neperiano, se pide:

(a) [**0'75 puntos**] Comprueba que la recta de ecuación $y = -\mathrm{e}x + 1 + \mathrm{e}^2$ es la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = \mathrm{e}$.

(b) [**1'75 puntos**] Calcula el área de la región limitada por la gráfica de f, el eje de abscisas y la recta normal del apartado (a).

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones

$$\left.\begin{array}{rcrcrcr} (m+2)x & - & y & - & z & = & 1 \\ -x & - & y & + & z & = & -1 \\ x & + & my & - & z & = & m \end{array}\right\}$$

(a) [**1'75 puntos**] Discútelo según los valores de m.

(b) [**0'75 puntos**] Resuélvelo para el caso $m = 1$.

Ejercicio 4.- Sean los puntos $A(1,1,1)$, $B(-1,2,0)$, $C(2,1,2)$ y $D(t,-2,2)$

(a) [**1'25 puntos**] Determina el valor de t para que A, B, C y D estén en el mismo plano.

(b) [**1'25 puntos**] Halla la ecuación de un plano perpendicular al segmento determinado por A y B, que contenga al punto C.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD CURSO 2009-2010	MATEMÁTICAS II

Instrucciones:	a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Entre todos los triángulos rectángulos de 5 metros de hipotenusa, determina los catetos del de área máxima.

Ejercicio 2.- [2'5 puntos] Sea $f : (-2, +\infty) \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \ln(x+2)$. Halla una primitiva F de f que verifique $F(0) = 0$. (ln denota el logaritmo neperiano).

Ejercicio 3.- Considera el sistema

$$\left.\begin{array}{rcrcrcr} 3x & - & 2y & + & z & = & 5 \\ 2x & - & 3y & + & z & = & -4 \end{array}\right\}$$

(a) [1'5 puntos] Calcula razonadamente un valor de λ para que el sistema resultante al añadirle la ecuación $x + y + \lambda z = 9$ sea compatible indeterminado.

(b) [1 punto] ¿Existe algún valor de λ para el cual el sistema resultante no tiene solución?

Ejercicio 4.- Considera los puntos $A(1, 0, 2)$, $B(-1, 2, 4)$ y la recta r definida por

$$\frac{x+2}{2} = y - 1 = \frac{z-1}{3}$$

(a) [1'5 puntos] Determina la ecuación del plano formado por los puntos que equidistan de A y de B.

(b) [1 punto] Halla la ecuación del plano paralelo a r y que contiene los puntos A y B.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD CURSO 2009-2010	MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- Sea $f : (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \ln(x^2 + 3x)$, donde ln denota el logaritmo neperiano.

(a) [**1'5 puntos**] Determina, si existen, los puntos de la gráfica de f en los que la recta tangente a la gráfica es paralela a la recta de ecuación $x - 2y + 1 = 0$.

(b) [**1 punto**] Halla la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 3$.

Ejercicio 2.- [**2'5 puntos**] Calcula el valor de $a > 0$ sabiendo que el área del recinto comprendido entre la parábola $y = x^2 + ax$ y la recta $y + x = 0$ vale 36 unidades cuadradas.

Ejercicio 3.- Sean las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ \alpha & 1 & 3 \\ 0 & 2 & \alpha \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

(a) [**0'5 puntos**] Determina los valores de α para los que A tiene inversa.

(b) [**1'25 puntos**] Calcula la inversa de A para $\alpha = 1$.

(c) [**0'75 puntos**] Resuelve, para $\alpha = 1$, el sistema de ecuaciones $AX = B$.

Ejercicio 4.- Considera los puntos $A(1, 1, 1)$, $B(0, -2, 2)$, $C(-1, 0, 2)$ y $D(2, -1, 2)$.

(a) [**1 punto**] Calcula el volumen del tetraedro de vértices A, B, C y D.

(b) [**1'5 puntos**] Determina la ecuación de la recta que pasa por D y es perpendicular al plano que contiene a los puntos A, B y C.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CURSO 2009-2010

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Sea la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \begin{cases} e^x(x^2+ax) & \text{si} \quad x \le 0 \\ \dfrac{b\,x^2+c}{x+1} & \text{si} \quad x > 0 \end{cases}$$

Calcula las constantes a, b y c sabiendo que f es derivable y que la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$ tiene pendiente 3.

Ejercicio 2.- [2'5 puntos] Dada la función f definida por $f(x) = \dfrac{3}{x^2-5x+4}$ para $x \neq 1$ y $x \neq 4$. Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f, el eje de abscisas, y las rectas $x = 2$, $x = 3$.

Ejercicio 3.- Considera las siguientes matrices

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

(a) **[0'75 puntos]** Calcula A^{-1}.

(b) **[1'75 puntos]** Resuelve la ecuación matricial $AXA^t - B = 2I$, donde I es la matriz identidad de orden 2 y A^t es la matriz traspuesta de A.

Ejercicio 4.- Considera los puntos $A(1,2,1)$ y $B(-1,0,3)$.

(a) **[1'25 puntos]** Calcula las coordenadas de los puntos que dividen el segmento AB en tres partes iguales.

(b) **[1'25 puntos]** Halla la ecuación del plano perpendicular al segmento AB y que pasa por A.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CURSO 2009-2010

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:	a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida como $f(x) = (x+1)\sqrt[3]{3-x}$. Halla las ecuaciones de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = -5$ y en el punto de abscisa $x = 2$.

Ejercicio 2.- Considera la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x|2-x|$.

(a) **[1 punto]** Esboza su gráfica.

(b) **[1'5 puntos]** Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f, el eje de abscisas y la recta de ecuación $x = 3$.

Ejercicio 3.- [2'5 puntos] Obtén un vector no nulo $v = (a, b, c)$, de manera que las matrices siguientes tengan simultáneamente rango 2.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & a \\ 1 & 0 & b \\ 1 & 1 & c \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & a \\ 0 & -1 & b \\ 3 & 1 & c \end{pmatrix}$$

Ejercicio 4.- Considera el plano π definido por $2x - y + nz = 0$ y la recta r dada por

$$\frac{x-1}{m} = \frac{y}{4} = \frac{z-1}{2}$$

con $m \neq 0$.

(a) **[1'25 puntos]** Calcula m y n para que la recta r sea perpendicular al plano π.

(b) **[1'25 puntos]** Calcula m y n para que la recta r esté contenida en el plano π.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD CURSO 2009-2010	MATEMÁTICAS II

Instrucciones:	a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Dada la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida como $f(x) = a\,\mathrm{sen}(x) + bx^2 + cx + d$, determina los valores de las constantes a, b, c y d sabiendo que la gráfica de f tiene tangente horizontal en el punto $(0, 4)$ y que la segunda derivada de f es $f''(x) = 3\,\mathrm{sen}(x) - 10$.

Ejercicio 2.- [2'5 puntos] Sea la función f dada por $f(x) = \dfrac{1}{x^2 + x}$ para $x \neq -1$ y $x \neq 0$. Determina la primitiva F de f tal que $F(1) = 1$.

Ejercicio 3.- Considera el sistema de ecuaciones

$$\left.\begin{array}{rcrcrcl} \lambda x & + & 2y & + & 6z & = & 0 \\ 2x & + & \lambda y & + & 4z & = & 2 \\ 2x & + & \lambda y & + & 6z & = & \lambda - 2 \end{array}\right\}$$

(a) [1'75 puntos] Discútelo según los valores del parámetro λ.

(b) [0'75 puntos] Resuélvelo para $\lambda = 2$.

Ejercicio 4.- [2'5 puntos] Halla el punto simétrico de $P(1, 1, 1)$ respecto de la recta r de ecuación

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$$

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD CURSO 2009-2010	MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Considera la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} & \text{si} \quad x \leq 0 \\ 1 - x^2 & \text{si} \quad 0 < x < 1 \\ \dfrac{2}{x+1} & \text{si} \quad 1 \leq x \end{cases}$$

Estudia su continuidad y derivabilidad. Determina la función derivada de f.

Ejercicio 2.- Sean $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ las funciones definidas por $f(x) = x^2 - 2x + 3$ y $g(x) = \frac{1}{2}x^2 + 1$.

(a) **[1 punto]** Esboza las gráficas de f y g, y halla su punto de corte.

(b) **[1'5 puntos]** Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de ambas funciones y el eje de ordenadas.

Ejercicio 3.- De la matriz $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ se sabe que $\det(A) = 4$. Se pide:

(a) **[1'25 puntos]** Halla $\det(-3A^t)$ y $\det\begin{pmatrix} 2b & 2a \\ -3d & -3c \end{pmatrix}$. Indica las propiedades que utilizas. (A^t es la matriz traspuesta de A).

(b) **[0'75 puntos]** Calcula $\det(A^{-1}A^t)$.

(c) **[0'5 puntos]** Si B es una matriz cuadrada tal que $B^3 = I$, siendo I la matriz identidad, halla $\det(B)$.

Ejercicio 4.- Sean los puntos $A(2, \lambda, \lambda)$, $B(-\lambda, 2, 0)$ y $C(0, \lambda, \lambda - 1)$.

(a) **[1 punto]** ¿Existe algún valor de $\lambda \in \mathbb{R}$ para el que los puntos A, B y C estén alineados? Justifica la respuesta.

(b) **[1'5 puntos]** Para $\lambda = 1$ halla la ecuación del plano que contiene al triángulo de vértices A, B y C. Calcula la distancia del origen de coordenadas a dicho plano.