UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CURSO 2011-2012

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sea la función $f\colon (0,+\infty) \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \dfrac{1}{x} + \ln(x)$ donde ln denota la función logaritmo neperiano.

(a) **[1'75 puntos]** Halla los extremos absolutos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan) en el intervalo $\left[\dfrac{1}{e},\ e\right]$.

(b) **[0'75 puntos]** Determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = e$.

Ejercicio 2.- Sean $f, g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ las funciones definidas por $f(x) = \operatorname{sen}(x)$ y $g(x) = \cos(x)$ respectivamente.

(a) **[0'75 puntos]** Realiza un esbozo de las gráficas de f y g en el intervalo $\left[0,\ \dfrac{\pi}{2}\right]$.

(b) **[1'75 puntos]** Calcula el área total de los recintos limitados por ambas gráficas y las rectas $x = 0$ y $x = \dfrac{\pi}{2}$.

Ejercicio 3.- [2'5 puntos] Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad \text{y} \qquad C = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Determina, si existe, la matriz X que verifica $AXB = C^t$, siendo C^t la matriz traspuesta de C.

Ejercicio 4.- El punto $M(1,-1,0)$ es el centro de un paralelogramo y $A(2,1,-1)$ y $B(0,-2,3)$ son dos vértices consecutivos del mismo.

(a) **[1 punto]** Halla la ecuación general del plano que contiene al paralelogramo.

(b) **[1'5 puntos]** Determina uno de los otros dos vértices y calcula el área de dicho paralelogramo.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CURSO 2011-2012

MATEMÁTICAS II

Instrucciones: **a) Duración:** 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- Sea f la función definida por $f(x) = \dfrac{2x^2}{(x+1)(x-2)}$ para $x \neq -1$ y $x \neq 2$.

(a) [**1 punto**] Estudia y calcula las asíntotas de la gráfica de f.

(b) [**1 punto**] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.

(c) [**0'5 puntos**] Calcula, si existe, algún punto de la gráfica de f donde ésta corta a la asíntota horizontal.

Ejercicio 2.- [**2'5 puntos**] Sea la función $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^2\cos(x)$. Determina la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto $(\pi, 0)$.

Ejercicio 3.- Dado el sistema de ecuaciones

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcr} kx & + & 2y & & & = & 3 \\ -x & & & + & 2kz & = & -1 \\ 3x & - & y & - & 7z & = & k+1 \end{array}\right.$$

(a) [**1'75 puntos**] Estudia el sistema para los distintos valores del parámetro k.

(b) [**0'75 puntos**] Resuélvelo para $k = 1$.

Ejercicio 4.- [**2'5 puntos**] Calcula de manera razonada la distancia del eje OX a la recta r de ecuaciones

$$\left\{\begin{array}{rcl} 2x-3y & = & 4 \\ 2x-3y-z & = & 0 \end{array}\right.$$

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CURSO 2011-2012

MATEMÁTICAS II

Instrucciones: a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sea la función $f\colon [1,\ e] \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^2 - 8\ln(x)$ donde ln denota la función logaritmo neperiano.

(a) [**0'75 puntos**] Halla los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.

(b) [**1 punto**] Calcula los extremos absolutos y relativos de la función f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

(c) [**0'75 puntos**] Estudia los intervalos de concavidad y de convexidad.

Ejercicio 2.- Sea $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x^3 - 4x$

(a) [**0'75 puntos**] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$.

(b) [**0'75 puntos**] Esboza el recinto limitado por la gráfica de f y la recta $y = -x - 2$, determinando los puntos de corte de ambas gráficas.

(c) [**1 punto**] Calcula el área del recinto anterior.

Ejercicio 3.- Considera el sistema de ecuaciones

$$\left\{\begin{array}{rcccccl} x & + & (k+1)y & + & 2z & = & -1 \\ kx & + & y & + & z & = & 2 \\ x & - & 2y & - & z & = & k+1 \end{array}\right.$$

(a) [**1'75 puntos**] Clasifícalo según los distintos valores de k.

(b) [**0'75 puntos**] Resuélvelo para el caso $k = 2$.

Ejercicio 4.- Dadas las rectas $r \equiv \dfrac{x+3}{-6} = \dfrac{y-9}{4} = \dfrac{z-8}{4}$ y $s \equiv \dfrac{x-3}{3} = \dfrac{y-9}{-2} = \dfrac{z-8}{-2}$

(a) [**1 punto**] Determina la posición relativa de las rectas r y s.

(b) [**1'5 puntos**] Calcula la distancia entre r y s.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CURSO 2011-2012

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- Sea la función $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = e^x(x^2 - x + 1)$

(a) **[0'75 puntos]** Calcula $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ y $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

(b) **[1'25 puntos]** Halla los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan), determinando si son máximos o mínimos.

(c) **[0'5 puntos]** Determina las abscisas de los puntos de inflexión de la gráfica de f.

Ejercicio 2.- Sean $f, g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ las funciones definidas por $f(x) = x^2 - 2x$ y $g(x) = -x^2 + 4x$ respectivamente.

(a) **[0'75 puntos]** Halla los puntos de corte de sus gráficas y realiza un esbozo del recinto que limitan.

(b) **[1'75 puntos]** Calcula el área de dicho recinto.

Ejercicio 3.- **[2'5 puntos]** Encuentra la matriz X que satisface la ecuación $XA + A^3B = A$, siendo

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 4.- **[2'5 puntos]** Los puntos $A(1,1,5)$ y $B(1,1,2)$ son vértices consecutivos de un rectángulo $ABCD$. El vértice C, consecutivo a B, está en la recta $x = \dfrac{y-6}{-2} = \dfrac{z+1}{2}$. Determina los vértices C y D.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CURSO 2011-2012

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Un alambre de longitud 2 metros se divide en dos trozos. Con el primero se forma un rectángulo cuya base es el doble de su altura y con el segundo trozo se forma un cuadrado. Calcula las longitudes de dichos trozos para que la suma de las áreas del rectángulo y el cuadrado resultantes sea mínima.

Ejercicio 2.- Se considera el recinto del plano situado en el primer cuadrante limitado por las rectas $y = 4x$, $y = 8 - 4x$ y la curva $y = 2x - x^2$.

(a) **[0'5 puntos]** Realiza un esbozo de dicho recinto.

(b) **[2 puntos]** Calcula su área.

Ejercicio 3.- Considera el sistema de ecuaciones

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcl} x & + & ky & + & 2z & = & k+1 \\ x & + & 2y & + & kz & = & 3 \\ (k+1)x & + & y & + & z & = & k+2 \end{array}\right.$$

(a) **[1'25 puntos]** Determina los valores de k para los que el sistema tiene más de una solución.

(b) **[0'5 puntos]** ¿Existe algún valor de k para el cual el sistema no tiene solución?

(c) **[0'75 puntos]** Resuelve el sistema para $k = 0$.

Ejercicio 4.- Se consideran los vectores $\vec{u} = (k, 1, 1)$, $\vec{v} = (2, 1, -2)$ y $\vec{w} = (1, 1, k)$, donde k es un número real.

(a) **[0'75 puntos]** Determina los valores de k para los que $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ son linealmente dependientes.

(b) **[1 punto]** Determina los valores de k para los que $\vec{u} + \vec{v}$ y $\vec{v} - \vec{w}$ son ortogonales.

(c) **[0'75 puntos]** Para $k = -1$, determina aquellos vectores que son ortogonales a $\vec{v}$ y $\vec{w}$ y tienen módulo 1.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CURSO 2011-2012

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- Sea la función $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \ln(x^2 + 3x + 3) - x$ donde ln denota la función logaritmo neperiano.

(a) [**1'5 puntos**] Halla los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

(b) [**1 punto**] Determina la ecuación de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = -2$.

Ejercicio 2.- [**2'5 puntos**] Calcula los valores de a y b sabiendo que la función $f\colon (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = ax^2 + b\ln(x)$, donde ln denota la función logaritmo neperiano, tiene un extremo relativo en $x = 1$ y que

$$\int_1^4 f(x)\, dx = 27 - 8\ln(4)$$

Ejercicio 3.- Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$, sea B la matriz que verifica que $AB = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}$

(a) [**1 punto**] Comprueba que las matrices A y B poseen inversas.

(b) [**1'5 puntos**] Resuelve la ecuación matricial $A^{-1}X - B = BA$.

Ejercicio 4.- [**2'5 puntos**] Encuentra los puntos de la recta $r \equiv \dfrac{x-1}{4} = \dfrac{2-y}{2} = z - 3$ cuya distancia al plano $\pi \equiv x - 2y + 2z = 1$ vale cuatro unidades.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CURSO 2011-2012

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sea la función continua $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} x + k & \text{si } x \leq 0 \\ \dfrac{e^{x^2} - 1}{x^2} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

(a) [**1'25 puntos**] Calcula el valor de k.

(b) [**1'25 puntos**] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función f en el punto de abscisa $x = 1$.

Ejercicio 2.- Sea $\quad I = \displaystyle\int_0^1 \frac{x}{1 + \sqrt{1 - x}}\, dx$

(a) [**1'75 puntos**] Expresa la integral I aplicando el cambio de variable $\quad t = \sqrt{1 - x}$

(b) [**0'75 puntos**] Calcula el valor de I.

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones con dos incógnitas

$$\left\{ \begin{array}{rcrcr} kx & + & 2y & = & 2 \\ 2x & + & ky & = & k \\ x & - & y & = & -1 \end{array} \right.$$

(a) [**0'5 puntos**] Prueba que el sistema es compatible para cualquier valor del parámetro k.

(b) [**1 punto**] Especifica para qué valores del parámetro k es determinado y para cuáles indeterminado.

(c) [**1 punto**] Halla las soluciones en cada caso.

Ejercicio 4.- Sean los puntos $A(0, 0, 1)$, $B(1, 0, -1)$, $C(0, 1, -2)$ y $D(1, 2, 0)$.

(a) [**1 punto**] Halla la ecuación del plano π determinado por los puntos A, B y C.

(b) [**0'5 puntos**] Demuestra que los cuatro puntos no son coplanarios.

(c) [**1 punto**] Calcula la distancia del punto D al plano π.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CURSO 2011-2012
MATEMÁTICAS II

Instrucciones:
a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- Sea la función f definida por $f(x) = \dfrac{e^{-x}}{1-x}$ para $x \neq 1$.

(a) **[1'25 puntos]** Estudia las asíntotas de la gráfica de la función f.

(b) **[1'25 puntos]** Halla los extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan) y los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.

Ejercicio 2.- Sea $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \dfrac{9-x^2}{4}$

(a) **[0'75 puntos]** Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$.

(b) **[1'75 puntos]** Esboza el recinto limitado por la gráfica de f, la recta $x+2y=5$ y el eje de abscisas. Calcula el área de dicho recinto.

Ejercicio 3.- Considera el sistema de ecuaciones con tres incógnitas

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcl} x & - & y & & & = & \lambda \\ & & 2\lambda y & + & \lambda z & = & \lambda \\ -x & - & y & + & \lambda z & = & 0 \end{array}\right.$$

(a) **[1'25 puntos]** Clasifícalo según los distintos valores del parámetro λ.

(b) **[1'25 puntos]** Resuélvelo para $\lambda = 0$ y $\lambda = -1$.

Ejercicio 4.- **[2'5 puntos]** Halla el punto simétrico de $P(2,1,-5)$ respecto de la recta r definida por

$$\left\{\begin{array}{rcl} x - z & = & 0 \\ x + y + 2 & = & 0 \end{array}\right.$$

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CURSO 2011-2012

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sea la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=e^x(x-2)$

(a) [**1 punto**] Calcula las asíntotas de f.

(b) [**1 punto**] Halla los extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan) y los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.

(c) [**0'5 puntos**] Determina, si existen, los puntos de inflexión de la gráfica de f.

Ejercicio 2.- Sea f una función continua en el intervalo $[2,3]$ y F una función primitiva de f tal que $F(2)=1$ y $F(3)=2$. Calcula:

(a) [**0'75 puntos**] $\displaystyle\int_2^3 f(x)\,dx$ **(b)** [**0'75 puntos**] $\displaystyle\int_2^3 (5f(x)-7)\,dx$

(c) [**1 punto**] $\displaystyle\int_2^3 (F(x))^2 f(x)\,dx$

Ejercicio 3.- Sea la matriz $A=\begin{pmatrix}0&0&1\\2&1&2\\1&k&1\end{pmatrix}$

(a) [**1 punto**] ¿Para qué valores del parámetro k no existe la inversa de la matriz A? Justifica la respuesta.

(b) [**1'5 puntos**] Para $k=0$, resuelve la ecuación matricial $(X+I)\cdot A=A^t$, donde I denota la matriz identidad y A^t la matriz traspuesta de A.

Ejercicio 4.- De un paralelogramo $ABCD$ conocemos tres vértices consecutivos: $A(2,-1,0)$, $B(-2,1,0)$ y $C(0,1,2)$.

(a) [**1 punto**] Calcula la ecuación de la recta que pasa por el centro del paralelogramo y es perpendicular al plano que lo contiene.

(b) [**0'75 puntos**] Halla el área de dicho paralelogramo.

(c) [**0'75 puntos**] Calcula el vértice D.

Universidades Públicas de Andalucía

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CURSO 2011-2012

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Sabiendo que $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{a\cdot \operatorname{sen}(x) - xe^x}{x^2}$ es finito, calcula el valor de a y el de dicho límite.

Ejercicio 2.- Sea la función f definida por $f(x) = \dfrac{2}{x^2-1}$ para $x \neq -1$ y $x \neq 1$.

(a) [1'25 puntos] Halla una primitiva de f.

(b) [1'25 puntos] Calcula el valor de k para que el área del recinto limitado por el eje de abscisas y la gráfica de f en el intervalo $[2, k]$ sea $\ln(2)$, donde ln denota el logaritmo neperiano.

Ejercicio 3.- Considera el sistema de ecuaciones

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & + & y & + & z & = & \lambda+1 \\ & & 3y & + & 2z & = & 2\lambda+3 \\ 3x & + & (\lambda-1)y & + & z & = & \lambda \end{array}\right.$$

(a) [1 punto] Resuelve el sistema para $\lambda = 1$.

(b) [1 punto] Halla los valores de λ para los que el sistema tiene una única solución.

(c) [0'5 puntos] ¿Existe algún valor de λ para el que el sistema admite la solución $\left(\dfrac{-1}{2},\ 0,\ \dfrac{1}{2}\right)$?

Ejercicio 4.- Sean r y s las rectas dadas por

$$r \equiv \left\{\begin{array}{rcl} x+y-z & = & 6 \\ x+z & = & 3 \end{array}\right. \qquad\qquad s \equiv \frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{6} = \frac{z}{2}$$

(a) [1'25 puntos] Determina el punto de intersección de ambas rectas.

(b) [1'25 puntos] Calcula la ecuación general del plano que las contiene.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CURSO 2011-2012

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Se considera la función derivable $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} 1 + \dfrac{a}{x-2} & \text{si } x < 1 \\[2ex] a + \dfrac{b}{\sqrt{x}} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

Calcula los valores de a y b.

Ejercicio 2.- [2'5 puntos] Sea la función $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = (1-x^2)e^{-x}$. Determina la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto $(-1, 0)$.

Ejercicio 3.- Un estudiante ha gastado 57 euros en una papelería por la compra de un libro, una calculadora y un estuche. Sabemos que el libro cuesta el doble que el total de la calculadora y el estuche juntos.

(a) [1'25 puntos] ¿Es posible determinar de forma única el precio del libro? ¿Y el de la calculadora? Razona las respuestas.

(b) [1'25 puntos] Si el precio del libro, la calculadora y el estuche hubieran sufrido un 50 %, un 20 % y un 25 % de descuento respectivamente, el estudiante habría pagado un total de 34 euros. Calcula el precio de cada artículo.

Ejercicio 4.- [2'5 puntos] Determina el punto P de la recta $r \equiv \dfrac{x+3}{2} = \dfrac{y+5}{3} = \dfrac{z+4}{3}$ que equidista del origen de coordenadas y del punto $A(3, 2, 1)$.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CURSO 2011-2012

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] De entre todos los triángulos rectángulos de hipotenusa 10 unidades, determina las dimensiones del de área máxima.

Ejercicio 2.- Sean las funciones $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ y $g\colon [0,+\infty) \to \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = \dfrac{x^2}{4}$ y $g(x) = 2\sqrt{x}$ respectivamente.

(a) **[0'75 puntos]** Halla los puntos de corte de las gráficas de f y g. Realiza un esbozo del recinto que limitan.

(b) **[1'75 puntos]** Calcula el área de dicho recinto.

Ejercicio 3.- Considera el sistema de ecuaciones

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcl} x & + & y & + & kz & = & 1 \\ 2x & + & ky & & & = & 1 \\ & & y & + & 2z & = & k \end{array}\right.$$

(a) **[1 punto]** Clasifica el sistema según los valores del parámetro k.

(b) **[0'75 puntos]** Resuélvelo para $k = 1$.

(c) **[0'75 puntos]** Resuélvelo para $k = -1$.

Ejercicio 4.- Considera el punto $P(1,0,2)$ y la recta r dada por las ecuaciones $\left\{\begin{array}{rcl} 2x - y - 4 & = & 0 \\ y + 2z - 8 & = & 0 \end{array}\right.$

(a) **[1 punto]** Calcula la ecuación del plano que pasa por P y es perpendicular a r.

(b) **[1'5 puntos]** Calcula el punto simétrico de P respecto de la recta r.