



**UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA**  
**PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II**  
 CURSO 2012-2013

- Instrucciones:**
- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
  - Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
  - La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
  - Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
  - Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.- [2'5 puntos]** Sabiendo que  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos(x) + b \operatorname{sen}(x)}{x^3}$  es finito, calcula  $b$  y el valor del límite.

**Ejercicio 2.-** Sean  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  y  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  las funciones definidas mediante

$$f(x) = |x(x - 2)| \quad \text{y} \quad g(x) = x + 4.$$

- [1'25 puntos] Esboza las gráficas de  $f$  y  $g$  sobre los mismos ejes. Calcula los puntos de corte entre ambas gráficas.
- [1'25 puntos] Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de  $f$  y  $g$ .

**Ejercicio 3.-** Sea  $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & m+1 & 0 \\ 1 & 1 & m-1 \end{pmatrix}$ .

- [0'75 puntos] Determina los valores de  $m$  para los que los vectores fila de  $M$  son linealmente independientes.
- [1 punto] Estudia el rango de  $M$  según los valores de  $m$ .
- [0'75 puntos] Para  $m = 1$ , calcula la inversa de  $M$ .

**Ejercicio 4.-** Sea  $r$  la recta que pasa por el punto  $(1, 0, 0)$  y tiene como vector dirección  $(a, 2a, 1)$  y sea  $s$  la recta dada por

$$\begin{cases} -2x + y = -2 \\ -ax + z = 0 \end{cases}$$

- [1 punto] Calcula los valores de  $a$  para los que  $r$  y  $s$  son paralelas.
- [1'5 puntos] Calcula, para  $a = 1$ , la distancia entre  $r$  y  $s$ .





**UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA**  
**PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II**  
 CURSO 2012-2013

- Instrucciones:**
- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
  - b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
  - c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
  - d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
  - e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción B**

**Ejercicio 1.-** Sea  $f : (-\infty, 1) \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = \begin{cases} x + 2e^{-x} & \text{si } x \leq 0, \\ a\sqrt{b-x} & \text{si } 0 < x < 1. \end{cases}$

- a) [1'5 puntos] Determina  $a$  y  $b$  sabiendo que  $f$  es derivable en todo su dominio.
- b) [1 punto] Halla la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 0$ .

**Ejercicio 2.- [2'5 puntos]** Sea  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $g(x) = \ln(x^2 + 1)$  (donde  $\ln$  denota el logaritmo neperiano). Calcula la primitiva de  $g$  cuya gráfica pasa por el origen de coordenadas.

**Ejercicio 3.-** Sea  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ .

- a) [1'5 puntos] Comprueba que  $A^2 = 2I$  y calcula  $A^{-1}$ .
- b) [1 punto] Calcula  $A^{2013}$  y su inversa.

**Ejercicio 4.-** Considera los puntos  $P(2, 3, 1)$  y  $Q(0, 1, 1)$ .

- a) [1'75 puntos] Halla la ecuación del plano  $\pi$  respecto del cual  $P$  y  $Q$  son simétricos.
- b) [0'75 puntos] Calcula la distancia de  $P$  a  $\pi$ .





UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA  
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II  
CURSO 2012-2013

**Instrucciones:** a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.- [2'5 puntos]** Un alambre de 10 metros de longitud se divide en dos trozos. Con uno de ellos se forma un triángulo equilátero y con el otro un cuadrado. Halla la longitud de dichos trozos para que la suma de las áreas sea mínima.

**Ejercicio 2.-**

- a) [2 puntos] Determina la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tal que  $f'(x) = (2x + 1)e^{-x}$  y su gráfica pasa por el origen de coordenadas.
- b) [0'5 puntos] Calcula la recta tangente a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 0$ .

**Ejercicio 3.-** Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

- a) [1 punto] Halla, si es posible,  $A^{-1}$  y  $B^{-1}$ .
- b) [0'25 puntos] Halla el determinante de  $AB^{2013}A^t$  siendo  $A^t$  la matriz traspuesta de  $A$ .
- c) [1'25 puntos] Calcula la matriz  $X$  que satisface  $AX - B = AB$ .

**Ejercicio 4.-** Considera el plano  $\pi$  de ecuación  $2x + y + 3z - 6 = 0$ .

- a) [1'5 puntos] Calcula el área del triángulo cuyos vértices son los puntos de corte del plano  $\pi$  con los ejes coordenados.
- b) [1 punto] Calcula el volumen del tetraedro determinado por el plano  $\pi$  y los planos coordenados.





**UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA**  
**PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II**  
 CURSO 2012-2013

**Instrucciones:** a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción B**

**Ejercicio 1.-** Sea  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = \frac{2 \ln(x)}{x^2}$  (donde  $\ln$  denota el logaritmo neperiano).

- a) [1'75 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y los extremos relativos de  $f$  (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).
- b) [0'75 puntos] Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de  $f$ .

**Ejercicio 2.-** Sea  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $g(x) = -x^2 + 6x - 5$ .

- a) [0'75 puntos] Halla la ecuación de la recta normal a la gráfica de  $g$  en el punto de abscisa  $x = 4$ .
- b) [1'75 puntos] Esboza el recinto limitado por la gráfica de  $g$  y la recta  $x - 2y + 2 = 0$ . Calcula el área de este recinto.

**Ejercicio 3.-** Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales,

$$\left. \begin{array}{rcl} 2x & - & 4y & + & 6z & = & 6 \\ & & my & + & 2z & = & m + 1 \\ -3x & + & 6y & - & 3mz & = & -9 \end{array} \right\}$$

- a) [1'75 puntos] Discute el sistema según los valores del parámetro  $m$ .
- b) [0'75 puntos] Resuélvelo para  $m = 3$ . Para dicho valor de  $m$ , calcula, si es posible, una solución en la que  $y = 0$ .

**Ejercicio 4.-** Considera los puntos  $A(1, 0, 2)$ ,  $B(-1, 3, 1)$ ,  $C(2, 1, 2)$  y  $D(1, 0, 4)$ .

- a) [1 punto] Halla la ecuación del plano que contiene a  $A$ ,  $B$  y  $C$ .
- b) [1'5 puntos] Halla el punto simétrico de  $D$  respecto del plano  $x - y - 5z + 9 = 0$ .





Universidades Públicas  
de Andalucía

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA  
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II  
CURSO 2012-2013

**Instrucciones:** a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.-** Sea  $g$  la función definida por  $g(x) = \frac{mx^3}{(x-n)^2}$  para  $x \neq n$ .

- a) [1'75 puntos] Halla  $m$  y  $n$  sabiendo que la recta  $y = 2x - 4$  es una asíntota de la gráfica de  $g$ .
- b) [0'75 puntos] Determina si la gráfica de  $g$  es simétrica respecto al origen.

**Ejercicio 2.-** [2'5 puntos] De la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  se sabe que alcanza un máximo relativo en  $x = 1$ , que la gráfica tiene un punto de inflexión en  $(0, 0)$  y que  $\int_0^1 f(x) dx = \frac{5}{4}$ . Calcula  $a, b, c$  y  $d$ .

**Ejercicio 3.-** Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 6 \end{pmatrix}.$$

- a) [0'75 puntos] Halla  $A^{-1}$ .
- b) [1'25 puntos] Calcula la matriz  $X$  que satisface  $AX = B^t C$  ( $B^t$  es la matriz traspuesta de  $B$ ).
- c) [0'5 puntos] Halla el determinante de  $A^{2013} B^t B (A^{-1})^{2013}$ .

**Ejercicio 4.-** [2'5 puntos] Calcula la distancia entre las rectas

$$r \equiv x = y = z \quad \text{y} \quad s \equiv x - 1 = y - 2 = z - 3.$$



Universidades Públicas  
de Andalucía

**UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA**  
**PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II**  
 CURSO 2012-2013

**Instrucciones:** a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción B**

**Ejercicio 1.- [2'5 puntos]** Sea  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ . Se sabe que un punto de inflexión de la gráfica de  $f$  tiene abscisa  $x = 1$  y que  $f$  tiene un mínimo relativo en  $x = 2$  de valor  $-9$ . Calcula  $a, b$  y  $c$ .

**Ejercicio 2.- [2'5 puntos]** Calcula  $\int_2^4 \frac{x^2}{x^2 - 6x + 5} dx$ .

**Ejercicio 3.-** Sabiendo que el determinante de una matriz  $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ p & q & r \end{pmatrix}$  es 4, calcula los siguientes determinantes indicando, en cada caso, las propiedades que utilizas:

a) [1 punto]  $\det(-2A)$  y  $\det(A^{-1})$ .

b) [1'5 puntos]  $\begin{vmatrix} a & -b & c \\ 2d & -2e & 2f \\ p & -q & r \end{vmatrix}$  y  $\begin{vmatrix} -3d & -3e & -3f \\ a & b & c \\ -p & -q & -r \end{vmatrix}$

**Ejercicio 4.- [2'5 puntos]** Considera las rectas

$$r \equiv x = y = z \quad s \equiv \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases} \quad y \quad t \equiv \begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = 3\lambda \\ z = -1 + \lambda \end{cases}$$

Halla la recta que corta a  $r$  y a  $s$  y es paralela a  $t$ .





**UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA**  
**PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II**  
 CURSO 2012-2013

- Instrucciones:**
- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
  - b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
  - c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
  - d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
  - e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.- [2'5 puntos]** Halla las dimensiones del rectángulo de área máxima inscrito en un triángulo isósceles de 6 metros de base (el lado desigual) y 4 metros de alto.

**Ejercicio 2.-** Sean  $f$  y  $g$  las funciones definidas por  $f(x) = 2 - x$  y  $g(x) = \frac{2}{x+1}$  para  $x \neq -1$ .

- a) [0'5 puntos] Calcula los puntos de corte entre las gráficas de  $f$  y  $g$ .
- b) [0'5 puntos] Esboza las gráficas de  $f$  y  $g$  sobre los mismos ejes.
- c) [1'5 puntos] Halla el área del recinto limitado por las gráficas de  $f$  y  $g$ .

**Ejercicio 3.-** Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales,

$$\left. \begin{array}{l} x + 2y + z = 0 \\ x - y + mz = m - 2 \\ mx + y + 3z = m - 2 \end{array} \right\}.$$

- a) [1'75 puntos] Discute el sistema según los valores del parámetro  $m$ .
- b) [0'75 puntos] Resuélvelo, si es posible, para  $m = 2$ .

**Ejercicio 4.- [2'5 puntos]** Determina el punto de la recta  $r \equiv \frac{x-1}{3} = \frac{y}{2} = z+1$  que equidista de los planos

$$\pi_1 \equiv x - y + 3z + 2 = 0 \quad \text{y} \quad \pi_2 \equiv \begin{cases} x = -4 + \lambda - 3\mu \\ y = 1 + \lambda \\ z = \mu \end{cases}$$





**UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA**  
**PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II**  
 CURSO 2012-2013

**Instrucciones:** a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción B**

**Ejercicio 1.-** Sea  $f$  la función definida por  $f(x) = xe^{\frac{1}{x}}$  para  $x \geq -1, x \neq 0$ .

- a) [1 punto] Calcula los límites laterales de  $f$  en  $x = 0$ .
- b) [1'5 puntos] Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de  $f$ .

**Ejercicio 2.-** [2'5 puntos] Calcula  $\int_2^4 \frac{e^x}{1 + \sqrt{e^x}} dx$ . *Sugerencia:* se puede hacer el cambio de variable  $t = \sqrt{e^x}$ .

**Ejercicio 3.-** Sea  $M$  una matriz cuadrada de orden 3 tal que su determinante es  $\det(M) = 2$ . Calcula:

- a) [0'5 puntos] El rango de  $M^3$ .
- b) [0'75 puntos] El determinante de  $2M^t$  ( $M^t$  es la matriz traspuesta de  $M$ ).
- c) [0'75 puntos] El determinante de  $(M^{-1})^2$ .
- d) [0'5 puntos] El determinante de  $N$ , donde  $N$  es la matriz resultante de intercambiar la primera y segunda filas de  $M$ .

**Ejercicio 4.-** Considera los puntos  $A(0, 5, 3), B(-1, 4, 3), C(1, 2, 1)$  y  $D(2, 3, 1)$ .

- a) [1'75 puntos] Comprueba que los cuatro puntos son coplanarios y que  $ABCD$  es un rectángulo.
- b) [0'75 puntos] Calcula el área de dicho rectángulo.







**UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA**  
**PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II**  
 CURSO 2012-2013

- Instrucciones:**
- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
  - b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
  - c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
  - d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
  - e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.-** Sea  $f$  la función definida por  $f(x) = \frac{x}{\ln(x)}$  para  $x > 0, x \neq 1$  (donde  $\ln$  denota el logaritmo neperiano).

- a) [1'25 puntos] Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de  $f$ .
- b) [1'25 puntos] Calcula la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = e$ .

**Ejercicio 2.-** [2'5 puntos] Sea  $g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por

$$g(x) = \frac{1}{x + \sqrt{x}}.$$

Determina la primitiva de  $g$  cuya gráfica pasa por el punto  $P(1, 0)$ . *Sugerencia:* se puede hacer el cambio de variable  $t = \sqrt{x}$ .

**Ejercicio 3.-** Sean

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -3 \\ -1 & m & m-2 \\ m & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

- a) [1'25 puntos] Determina el rango de  $A$  según los valores del parámetro  $m$ .
- b) [0'75 puntos] Discute el sistema  $AX = B$  según los valores del parámetro  $m$ .
- c) [0'5 puntos] Resuelve el sistema  $AX = B$  para  $m = 1$ .

**Ejercicio 4.-** Considera los puntos  $A(1, 2, 1)$ ,  $B(-1, 0, 2)$  y  $C(3, 2, 0)$  y el plano  $\pi$  determinado por ellos.

- a) [1'75 puntos] Halla la ecuación de la recta  $r$  que está contenida en  $\pi$  y tal que  $A$  y  $B$  son simétricos respecto de  $r$ .
- b) [0'75 puntos] Calcula la distancia de  $A$  a  $r$ .





UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA  
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II  
CURSO 2012-2013

**Instrucciones:** a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción B**

**Ejercicio 1.-** Sea  $f$  la función definida por  $f(x) = \frac{k}{(x-a)(2x-1)}$  para  $x \neq a$  y  $x \neq \frac{1}{2}$ .

- a) [1 punto] Halla  $a$  y  $k$  sabiendo que la gráfica de  $f$  pasa por el punto  $(0, 2)$  y que la recta  $x = 2$  es una asíntota de dicha gráfica.
- b) [1'5 puntos] Para  $k = 4$  y  $a = 2$ , halla los extremos relativos de  $f$  (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan) y sus intervalos de crecimiento y de decrecimiento.

**Ejercicio 2.-** [2'5 puntos] Calcula  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \operatorname{sen}(2x) dx$ .

**Ejercicio 3.-** Sean  $A$  y  $B$  las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -9 & 5 \end{pmatrix}.$$

- a) [1'25 puntos] Calcula las matrices  $X$  e  $Y$  para las que  $2X - Y = A$  y  $X - 3Y = B$ .
- b) [1'25 puntos] Halla la matriz  $Z$  que verifica  $B^2 + ZA + B^t = 3I$  ( $I$  denota la matriz identidad y  $B^t$  la matriz traspuesta de  $B$ ).

**Ejercicio 4.-** Considera las rectas  $r$  y  $s$  dadas por

$$r \equiv \begin{cases} x = 2 - 3\lambda \\ y = 3 + 5\lambda \\ z = \lambda \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ z - 5 = 0 \end{cases}$$

- a) [1 punto] Determina la posición relativa de  $r$  y  $s$ .
- b) [1'5 puntos] Calcula la distancia entre  $r$  y  $s$ .





Universidades Públicas  
de Andalucía

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA  
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II  
CURSO 2012-2013

**Instrucciones:** a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.- [2'5 puntos]** Un rectángulo está inscrito en un semicírculo de  $\sqrt{5}$  cm. de radio, de forma que uno de sus lados está contenido en el diámetro del semicírculo y el lado opuesto tiene sus vértices sobre la semicircunferencia. Calcula las dimensiones del rectángulo sabiendo que es el de mayor perímetro posible.

**Ejercicio 2.- [2'5 puntos]** Halla  $\int \frac{x+1}{1+\sqrt{x}} dx$ . *Sugerencia:* se puede hacer el cambio de variable  $t = \sqrt{x}$ .

**Ejercicio 3.-** Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\left. \begin{array}{r} x - y + z = 0 \\ 2x + 3y - z = 3 \end{array} \right\}.$$

a) [1'5 puntos] Determina el valor de  $m$  para el que al añadir la ecuación

$$x + my + 4z = -3$$

al sistema anterior se obtenga un sistema con las mismas soluciones.

b) [1 punto] Calcula la solución del sistema para la que la suma de los valores de las incógnitas sea 6.

**Ejercicio 4.-** Del paralelogramo  $ABCD$  se conocen los vértices  $A(-1, 0, 3)$ ,  $B(2, -1, 1)$  y  $C(3, 2, -3)$ .

a) [1 punto] Halla la ecuación del plano que contiene al paralelogramo.

b) [1 punto] Halla la ecuación de la recta que contiene a la diagonal  $AC$  del paralelogramo.

c) [0'5 puntos] Calcula las coordenadas del vértice  $D$ .





UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA  
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II  
CURSO 2012-2013

**Instrucciones:** a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción B**

**Ejercicio 1.- [2'5 puntos]** Considera la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ . Determina  $a, b$  y  $c$  sabiendo que la recta normal a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 0$  es  $y + x = -3$  y que el punto de inflexión tiene abscisa  $x = 1$ .

**Ejercicio 2.-** Sea  $g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $g(x) = |\ln(x)|$  (donde  $\ln$  denota el logaritmo neperiano).

- a) [1'25 puntos] Esboza el recinto limitado por la gráfica de  $g$  y la recta  $y = 1$ . Calcula los puntos de corte entre ellas.
- b) [1'25 puntos] Calcula el área del recinto anterior.

**Ejercicio 3.-** Considera las matrices  $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

- a) [1'25 puntos] Calcula  $X$  e  $Y$  tales que  $X - Y = A^t$  y  $2X - Y = B$  ( $A^t$  es la matriz traspuesta de  $A$ ).
- b) [1'25 puntos] Calcula  $Z$  tal que  $AZ = BZ + A$ .

**Ejercicio 4.-** Considera los puntos  $A(1, 2, 3)$  y  $B(-1, 0, 4)$ .

- a) [1'25 puntos] Calcula las coordenadas de los puntos que dividen al segmento  $AB$  en tres partes iguales.
- b) [1'25 puntos] Halla la ecuación del plano que pasa por el punto  $A$  y es perpendicular al segmento  $AB$ .

