



**PRUEBA DE EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y PRUEBAS DE ADMISIÓN ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS**  
CONVOCATORIA ORDINARIA. CURSO 2021-2022

**MATEMÁTICAS II**

- Instrucciones:**
- Duración: 1 hora y 30 minutos.**
  - Este examen consta de 8 ejercicios distribuidos en 2 bloques (A y B) de 4 ejercicios cada uno.**
  - Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2,5 puntos.
  - Se realizarán únicamente cuatro ejercicios, independientemente del bloque al que pertenezcan.** En caso de responder a más de cuatro ejercicios, se corregirán únicamente los cuatro que aparezcan físicamente en primer lugar.
  - Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
  - En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

**BLOQUE A**

**EJERCICIO 1. (2,5 puntos)**

Considera la función continua  $f$  definida por  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{si } x < -1 \\ ax + b & \text{si } -1 \leq x < 1 \\ \frac{x^2}{x+1} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

- Calcula  $a$  y  $b$ . **(1 punto)**
- Estudia y halla las asíntotas de la gráfica de  $f$ . **(1,5 puntos)**

**EJERCICIO 2. (2,5 puntos)**

De entre todos los rectángulos con lados paralelos a los ejes de coordenadas, determina las dimensiones de aquel de área máxima que puede inscribirse en la región limitada por las gráficas de las funciones  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , definidas por  $f(x) = 4 - \frac{x^2}{3}$  y  $g(x) = \frac{x^2}{6} - 2$ .

**EJERCICIO 3. (2,5 puntos)**

Sea  $f$  la función definida por  $f(x) = \begin{cases} 2x + 4 & \text{si } x < 0 \\ (x - 2)^2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

- Calcula los puntos de corte de la gráfica de  $f$  con el eje de abscisas y esboza la gráfica de la función. **(1 punto)**
- Halla el área del recinto limitado por la gráfica de  $f$  y por el eje de abscisas. **(1,5 puntos)**

**EJERCICIO 4. (2,5 puntos)**

Considera la función  $f$  definida por  $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 2x + 1}$  para  $x \neq 1$ . Halla una primitiva de  $f$  que pase por el punto  $(2, 6)$ .





**PRUEBA DE EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL  
ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y PRUEBAS DE ADMISIÓN  
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS  
CONVOCATORIA ORDINARIA. CURSO 2021-2022**

**MATEMÁTICAS II**

**BLOQUE B**

**EJERCICIO 5. (2,5 puntos)**

Considera el sistema:

$$\begin{cases} x - y + mz = -3 \\ -mx + 3y - z = 1 \\ x - 4y + mz = -6 \end{cases}$$

- Discute el sistema según los valores de  $m$ . **(1,75 puntos)**
- Para  $m = 2$  resuelve el sistema, si es posible. **(0,75 puntos)**

**EJERCICIO 6. (2,5 puntos)**

Considera la matriz  $A = \begin{pmatrix} m & \sqrt{m} & \sqrt{m} \\ \sqrt{m} & m & 1 \\ \sqrt{m} & 1 & m \end{pmatrix}$ , donde  $m \geq 0$ .

- ¿Para qué valores de  $m$  tiene inversa la matriz  $A$ ? **(1 punto)**
- Para  $m = 4$  resuelve, si es posible, la ecuación matricial  $AX = 12I$ , donde  $I$  es la matriz identidad de orden 3. **(1,5 puntos)**

**EJERCICIO 7. (2,5 puntos)**

Se consideran los vectores  $\vec{u} = (-1, 2, 3)$  y  $\vec{v} = (2, 0, -1)$ , así como el punto  $A(-4, 4, 7)$ .

- Calcula  $a$  y  $b$  para que el vector  $\vec{w} = (1, a, b)$  sea ortogonal a  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$ . **(0,75 puntos)**
- Determina los cuatro vértices de un paralelogramo cuyos lados tienen las direcciones de los vectores  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$ , y que tiene al vector  $\vec{OA}$  como una de sus diagonales, siendo  $O$  el origen de coordenadas. **(1,75 puntos)**

**EJERCICIO 8. (2,5 puntos)**

Considera la recta  $r \equiv x - 2 = \frac{y}{-1} = \frac{z - 1}{2}$ , así como la recta  $s$  determinada por el punto  $P(1, 2, 3)$  y el vector director  $\vec{v} = (1 + a, -a, 3a)$ .

- Calcula  $a$  para que las rectas  $r$  y  $s$  se corten. **(1,5 puntos)**
- Calcula  $a$  para que las rectas  $r$  y  $s$  sean perpendiculares. **(1 punto)**





**PRUEBA DE EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL  
ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y PRUEBAS DE ADMISIÓN  
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS  
CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA. CURSO 2021-2022**

**MATEMÁTICAS II**

- Instrucciones:**
- Duración: 1 hora y 30 minutos.**
  - Este examen consta de 8 ejercicios distribuidos en 2 bloques (A y B) de 4 ejercicios cada uno.**
  - Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2,5 puntos.
  - Se realizarán únicamente cuatro ejercicios, independientemente del bloque al que pertenezcan.** En caso de responder a más de cuatro ejercicios, se corregirán únicamente los cuatro que aparezcan físicamente en primer lugar.
  - Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
  - En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

**BLOQUE A**

**EJERCICIO 1. (2,5 puntos)**

Calcula  $a$  sabiendo que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax}{(\ln x)^3 + 2x} = 1$  (donde  $\ln$  denota la función logaritmo neperiano).

**EJERCICIO 2. (2,5 puntos)**

Calcula los vértices y el área del rectángulo de área máxima inscrito en el recinto limitado por la gráfica de la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = -x^2 + 12$  y el eje de abscisas, y que tiene su base sobre dicho eje.

**EJERCICIO 3. (2,5 puntos)**

Calcula  $\int_3^8 \frac{1}{\sqrt{1+x}-1} dx$ . (Sugerencia: efectúa el cambio de variable  $t = \sqrt{1+x} - 1$ .)

**EJERCICIO 4. (2,5 puntos)**

Considera las funciones  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definidas por  $f(x) = x^3 + 2$  y  $g(x) = -x^2 + 2x + 2$ .

- Calcula los puntos de corte de las gráficas de  $f$  y  $g$ . Esboza sus gráficas. **(1,25 puntos)**
- Determina el área del recinto limitado por las gráficas de  $f$  y  $g$  en el primer cuadrante. **(1,25 puntos)**





**PRUEBA DE EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL  
ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y PRUEBAS DE ADMISIÓN  
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS  
CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA. CURSO 2021-2022**

**MATEMÁTICAS II**

**BLOQUE B**

**EJERCICIO 5. (2,5 puntos)**

Considera las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & a \\ 2 & a & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$  y  $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ .

- Determina los valores de  $a$  para los que la matriz  $B$  no tiene inversa. **(0,5 puntos)**
- Para  $a = 1$  calcula  $X$  tal que  $AXB = C$ , si es posible. **(2 puntos)**

**EJERCICIO 6. (2,5 puntos)**

Se sabe que  $\begin{vmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{vmatrix} = -2$ .

a) Calcula:  $\begin{vmatrix} a & c & b \\ 2x & 2z & 2y \\ -3p & -3r & -3q \end{vmatrix}$  **(1 punto)**

b) Calcula:  $\begin{vmatrix} x & a - 3p & -2a \\ y & b - 3q & -2b \\ z & c - 3r & -2c \end{vmatrix}$  **(1,5 puntos)**

**EJERCICIO 7. (2,5 puntos)**

Considera las rectas  $r \equiv x + 1 = y - a = -z$  y  $s \equiv \begin{cases} x = 5 + 2\lambda \\ y = -3 \\ z = 2 - \lambda \end{cases}$

- Calcula  $a$  para que  $r$  y  $s$  se corten. Determina dicho punto de corte. **(1,5 puntos)**
- Halla la ecuación del plano que pasa por  $P(8, -7, 2)$  y que contiene a la recta  $s$ . **(1 punto)**

**EJERCICIO 8. (2,5 puntos)**

Sean el plano  $\pi \equiv x + y - z = 2$  y la recta  $r \equiv x = \frac{y}{3} = z - 1$ .

- Calcula, si existe, el punto de intersección de  $\pi$  y  $r$ . **(0,75 puntos)**
- Dado el punto  $Q(2, 6, 3)$ , halla su simétrico respecto del plano  $\pi$ . **(1,75 puntos)**





PRUEBA DE EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL  
ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y PRUEBAS DE ADMISIÓN  
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS  
CURSO 2021-2022

MATEMÁTICAS II

- Instrucciones:**
- Duración: 1 hora y 30 minutos.**
  - Este examen consta de 8 ejercicios distribuidos en 2 bloques (A y B) de 4 ejercicios cada uno.**
  - Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2,5 puntos.
  - Se realizarán únicamente cuatro ejercicios, independientemente del bloque al que pertenezcan.** En caso de responder a más de cuatro ejercicios, se corregirán únicamente los cuatro que aparezcan físicamente en primer lugar.
  - Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
  - En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

BLOQUE A

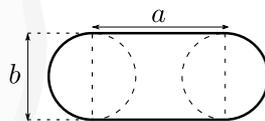
**EJERCICIO 1. (2,5 puntos)**

Sea  $f$  la función continua definida por  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{si } x \leq 0 \\ x - 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$

- Determina  $a$  y  $b$  sabiendo que  $f$  tiene un extremo relativo en el punto de abscisa  $x = 2$ . **(1,5 puntos)**
- Para  $a = 2$  y  $b = -1$ , estudia la derivabilidad de  $f$ . **(1 punto)**

**EJERCICIO 2. (2,5 puntos)**

Se quiere cercar un trozo de terreno como el de la figura, de modo que el área del recinto central rectangular sea de  $\frac{200}{\pi}$  metros cuadrados. Sabiendo que el coste de la cerca que se puede poner en los tramos rectos es de 10 euros por metro lineal, y en los tramos circulares de 20 euros por metro lineal, calcula las dimensiones  $a$  y  $b$  del terreno para las que se minimiza el coste del cercado.



**EJERCICIO 3. (2,5 puntos)**

Considera la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = e^x \sen(2x)$ . Halla la primitiva de  $f$  cuya gráfica pase por el punto  $(0, 0)$ .

**EJERCICIO 4. (2,5 puntos)**

Considera las funciones  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definidas por  $f(x) = 1 - x^2$  y  $g(x) = 2x^2$ .

- Calcula los puntos de corte de las gráficas de  $f$  y  $g$ . Esboza el recinto que delimitan. **(1,25 puntos)**
- Determina el área del recinto anterior. **(1,25 puntos)**





PRUEBA DE EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL  
ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y PRUEBAS DE ADMISIÓN  
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS  
CURSO 2021-2022

MATEMÁTICAS II

BLOQUE B

**EJERCICIO 5. (2,5 puntos)**

Considera la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ .

- Calcula  $A^{-1}$ . **(1 punto)**
- Calcula la matriz  $X$  de orden tres que verifica  $AX + (A - X)^2 = X^2 + I$ , siendo  $I$  la matriz identidad de orden tres. **(1,5 puntos)**

**EJERCICIO 6. (2,5 puntos)**

En un estudio del ciclo del sueño se monitoriza la fase NO-REM (es el momento del sueño que el cuerpo utiliza para descansar físicamente). Esta fase se divide a su vez en tres momentos: Fase I (adormecimiento), Fase II (sueño ligero) y Fase III (sueño profundo). Una persona dedica el 75 % de su sueño a la fase NO-REM. Además, el tiempo que dedica a la Fase II es el doble que el de la Fase I y III juntas. Por otro lado, a la Fase III se dedica el cuádruple que a la Fase I. Si una persona ha dormido 8 horas, ¿cuántos minutos dedica a las Fases I, II y III del ciclo del sueño?

**EJERCICIO 7. (2,5 puntos)**

Considera las rectas  $r \equiv \begin{cases} x = 0, \\ z = 0, \end{cases}$  y  $s \equiv \begin{cases} x + y = 1, \\ x - y = 1. \end{cases}$

- Determina la ecuación del plano que contiene a  $r$  y es paralelo a  $s$ . **(1,5 puntos)**
- Determina la ecuación del plano que contiene a  $r$  y es perpendicular a  $s$ . **(1 punto)**

**EJERCICIO 8. (2,5 puntos)**

Considera los planos  $\pi_1 \equiv x + y + 2 = 0$  y  $\pi_2 \equiv x - z - 1 = 0$ , así como la recta  $r \equiv \begin{cases} 2x + z = 1 \\ y = 1 \end{cases}$

- Calcula los puntos de la recta  $r$  que equidistan de los planos  $\pi_1$  y  $\pi_2$ . **(1,5 puntos)**
- Halla el ángulo que forman los planos  $\pi_1$  y  $\pi_2$ . **(1 punto)**





**PRUEBA DE EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y PRUEBAS DE ADMISIÓN ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS**  
CURSO 2021-2022

**MATEMÁTICAS II**

- Instrucciones:**
- Duración: 1 hora y 30 minutos.**
  - Este examen consta de 8 ejercicios distribuidos en 2 bloques (A y B) de 4 ejercicios cada uno.**
  - Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2,5 puntos.
  - Se realizarán únicamente cuatro ejercicios, independientemente del bloque al que pertenezcan.** En caso de responder a más de cuatro ejercicios, se corregirán únicamente los cuatro que aparezcan físicamente en primer lugar.
  - Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
  - En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

**BLOQUE A**

**EJERCICIO 1. (2,5 puntos)**

Sea  $f$  la función continua definida por  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & \text{si } x \leq 0 \\ \sqrt{ax + b} & \text{si } 0 < x \leq 2 \\ \frac{-x}{2\sqrt{2}} + \frac{3}{\sqrt{2}} & \text{si } 2 < x \end{cases}$

- Calcula  $a$  y  $b$ . **(1,25 puntos)**
- Para  $a = -1$  y  $b = 4$ , estudia si existe la derivada de  $f$  en  $x = 2$ . En caso afirmativo, calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f$  en dicho punto. **(1,25 puntos)**

**EJERCICIO 2. (2,5 puntos)**

Considera la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = \ln(x^2 + 1)$  (donde  $\ln$  denota la función logaritmo neperiano).

- Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de  $f$ . **(1 punto)**
- Determina los intervalos de convexidad y de concavidad de  $f$  y los puntos de inflexión de su gráfica. **(1,5 puntos)**

**EJERCICIO 3. (2,5 puntos)**

Considera la función  $F: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $F(x) = \int_0^x 2t \cos(t) dt$ .

- Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de  $F$ . **(1 punto)**
- Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $F$  en el punto de abscisa  $x = \pi$ . **(1,5 puntos)**

**EJERCICIO 4. (2,5 puntos)**

Calcula  $\int_0^1 x \operatorname{arctg}(x) dx$  (donde  $\operatorname{arctg}$  denota la función arcotangente).





PRUEBA DE EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL  
ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y PRUEBAS DE ADMISIÓN  
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS  
CURSO 2021-2022

MATEMÁTICAS II

BLOQUE B

**EJERCICIO 5. (2,5 puntos)**

Considera el sistema:

$$\begin{cases} 2x + 3y + mz = 3 \\ x + my - z = -1 \\ 3x + y - 3z = -m \end{cases}$$

- a) Discute el sistema según los valores de  $m$ . **(1,75 puntos)**
- b) Para  $m = -2$  encuentra, si es posible,  $y_0$  para que la solución del sistema sea  $x = \lambda$ ,  $y = y_0$ ,  $z = \lambda - \frac{3}{7}$ . **(0,75 puntos)**

**EJERCICIO 6. (2,5 puntos)**

Dado  $a \neq 0$ , considera las matrices  $A = \begin{pmatrix} -a & 3 \\ a & 1 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ .

- a) Determina para qué valores de  $a$  se cumple que  $A^{-1} = \frac{1}{4}A$ . **(1,25 puntos)**
- b) Para  $a = 1$  calcula, si es posible, la matriz  $X$  tal que  $AX = B^t$ , donde  $B^t$  denota la matriz traspuesta de  $B$ . **(1,25 puntos)**

**EJERCICIO 7. (2,5 puntos)**

Considera el plano  $\pi \equiv x + y + z = 0$  y la recta  $r \equiv \begin{cases} x = \lambda \\ y = 1 - \lambda \\ z = 0 \end{cases}$

- a) Determina la ecuación del plano perpendicular a  $\pi$  que contiene a  $r$ . **(1,25 puntos)**
- b) Calcula la distancia entre  $r$  y  $\pi$ . **(1,25 puntos)**

**EJERCICIO 8. (2,5 puntos)**

Sean los planos  $\pi_1 \equiv 2x + y + z - 3 = 0$ ,  $\pi_2 \equiv x + 2y - z + 5 = 0$  y la recta  $r \equiv x - 1 = \frac{y}{2} = \frac{z + 1}{5}$ .

- a) Halla los puntos de  $r$  que equidistan de  $\pi_1$  y  $\pi_2$ . **(2 puntos)**
- b) Halla el seno del ángulo que forma el plano  $\pi_1$  con la recta  $r$ . **(0,5 puntos)**





**PRUEBA DE EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL  
ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y PRUEBAS DE ADMISIÓN  
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS  
CURSO 2021-2022**

**MATEMÁTICAS II**

- Instrucciones:**
- Duración: 1 hora y 30 minutos.**
  - Este examen consta de 8 ejercicios distribuidos en 2 bloques (A y B) de 4 ejercicios cada uno.**
  - Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2,5 puntos.
  - Se realizarán únicamente cuatro ejercicios, independientemente del bloque al que pertenezcan.** En caso de responder a más de cuatro ejercicios, se corregirán únicamente los cuatro que aparezcan físicamente en primer lugar.
  - Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
  - En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

**BLOQUE A**

**EJERCICIO 1. (2,5 puntos)**

Calcula  $a$  y  $b$  sabiendo que  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a \operatorname{sen}(x) + x \ln(x+1) + bx^2}{x^3 + x^2} = 2$  (donde  $\ln$  denota la función logaritmo neperiano).

**EJERCICIO 2. (2,5 puntos)**

Sea  $f: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = e^x (\cos(x) + \operatorname{sen}(x))$ .

- Halla los extremos absolutos de  $f$  (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan). **(2 puntos)**
- Determina la ecuación de la recta tangente y la ecuación de la recta normal a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = \frac{3\pi}{2}$ . **(0,5 puntos)**

**EJERCICIO 3. (2,5 puntos)**

Considera la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = x^3 - x$ . Calcula el área total de los recintos limitados por la gráfica de la función  $f$  y la recta normal a dicha gráfica en el punto de abscisa  $x = 0$ .

**EJERCICIO 4. (2,5 puntos)**

Calcula  $\int_0^3 \frac{x}{\sqrt{1+x}} dx$ . (Sugerencia: efectúa el cambio de variable  $t = \sqrt{1+x}$ .)





## BLOQUE B

**EJERCICIO 5. (2,5 puntos)**

La suma de los seguidores en una determinada red social de Alberto, Begoña y Carlos es de 13000 personas. Aunque Carlos perdiera una tercera parte de sus seguidores, todavía seguiría teniendo el doble de seguidores que tiene Alberto. Por otro lado, los seguidores de Alberto más la quinta parte de los seguidores de Begoña, son tantos como la mitad de los de Carlos. Calcula cuántos seguidores tiene cada uno.

**EJERCICIO 6. (2,5 puntos)**

Considera las matrices  $A = \begin{pmatrix} m & 1 & 3 \\ 1 & m & 2 \\ 1 & m & 3 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ .

- Calcula el rango de la matriz  $A$  según los valores de  $m$ . **(1 punto)**
- Para  $m = 0$  resuelve la ecuación  $AX = B$ , si es posible. **(1,5 puntos)**

**EJERCICIO 7. (2,5 puntos)**

Considera el triángulo cuyos vértices son los puntos  $A(0, 2, 3)$ ,  $B(m, 0, 1)$  y  $C(2, 1, 2)$ .

- Halla los valores de  $m$ , sabiendo que el área del triángulo es  $\frac{\sqrt{18}}{2}$  unidades cuadradas. **(1,5 puntos)**
- Para  $m = 0$ , calcula el coseno del ángulo en el vértice  $A$  de dicho triángulo. **(1 punto)**

**EJERCICIO 8. (2,5 puntos)**

Considera el punto  $P(2, 0, -4)$  y el plano  $\pi \equiv \begin{cases} x = 9\alpha + 3\beta \\ y = -1 + 2\alpha \\ z = 3 + 4\alpha + \beta \end{cases}$

- Halla el punto simétrico del punto  $P$  respecto del plano  $\pi$ . **(1,75 puntos)**
- Calcula la distancia del punto  $P$  al plano  $\pi$ . **(0,75 puntos)**





**PRUEBA DE EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL  
ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y PRUEBAS DE ADMISIÓN  
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS  
CURSO 2021-2022**

**MATEMÁTICAS II**

- Instrucciones:**
- Duración: 1 hora y 30 minutos.**
  - Este examen consta de 8 ejercicios distribuidos en 2 bloques (A y B) de 4 ejercicios cada uno.**
  - Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2,5 puntos.
  - Se realizarán únicamente cuatro ejercicios, independientemente del bloque al que pertenezcan.** En caso de responder a más de cuatro ejercicios, se corregirán únicamente los cuatro que aparezcan físicamente en primer lugar.
  - Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
  - En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

**BLOQUE A**

**EJERCICIO 1. (2,5 puntos)**

Sea  $f$  la función continua definida por  $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{\lambda x} - e^x - x}{x^2} & \text{si } x \neq 0 \\ \mu & \text{si } x = 0 \end{cases}$

- Calcula  $\lambda$  y  $\mu$ . **(1,25 puntos)**
- Para  $\lambda = 2$ , calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 1$ . **(1,25 puntos)**

**EJERCICIO 2. (2,5 puntos)**

Considera la función  $f$  definida por  $f(x) = \frac{x^4 - 3x^2 + 2}{(x + 2)^3}$ , para  $x \neq -2$ .

- Estudia y halla las asíntotas de la gráfica de  $f$ . **(1,5 puntos)**
- Calcula la ecuación de la recta normal a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 0$ . **(1 punto)**

**EJERCICIO 3. (2,5 puntos)**

Calcula  $\int \frac{2x^3 + 2x^2 - 2x + 7}{x^2 + x - 2} dx$ .

**EJERCICIO 4. (2,5 puntos)**

Considera las funciones  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definidas por  $f(x) = x^2$  y  $g(x) = a|x|$ , con  $a > 0$ . Determina el valor de  $a$  para que el área total de los recintos limitados por las gráficas de ambas funciones sea de 9 unidades cuadradas.





PRUEBA DE EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL  
ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y PRUEBAS DE ADMISIÓN  
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS  
CURSO 2021-2022

MATEMÁTICAS II

BLOQUE B

**EJERCICIO 5. (2,5 puntos)**

Considera el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{pmatrix} \alpha & 1 & 1 \\ \alpha & -1 & 1 \\ \alpha & 0 & \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

- Discute el sistema según los valores de  $\alpha$ . **(1,25 puntos)**
- Para  $\alpha = 1$  resuelve el sistema y da una solución del mismo diferente de la solución trivial, si es posible. **(1,25 puntos)**

**EJERCICIO 6. (2,5 puntos)**

Considera el sistema:

$$\begin{cases} x - my - 2z = m \\ x + y + z = 2m \\ x + 2y + mz = 3m \end{cases}$$

- Discute el sistema según los valores de  $m$ . **(1,75 puntos)**
- Para  $m = 1$  resuelve el sistema, si es posible. **(0,75 puntos)**

**EJERCICIO 7. (2,5 puntos)**

Sea el plano  $\pi \equiv 2x + y - 2z - 2 = 0$ .

- Halla las ecuaciones de los planos paralelos a  $\pi$  que distan 2 unidades de dicho plano. **(1,5 puntos)**
- Calcula el volumen del tetraedro cuyos vértices son el origen de coordenadas y los puntos de corte del plano  $\pi$  con los ejes coordenados. **(1 punto)**

**EJERCICIO 8. (2,5 puntos)**

Considera las rectas  $r \equiv x = 1 - y = z$  y  $s \equiv \begin{cases} x + y - 3z = 4 \\ 3x - y + z = -2 \end{cases}$

- Estudia la posición relativa de  $r$  y  $s$ . **(1,5 puntos)**
- Calcula la ecuación del plano que contiene a  $s$  y es paralelo a  $r$ . **(1 punto)**

