PRUEBA DE EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y PRUEBAS DE ADMISIÓN
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2022–2023

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

b) **Este examen consta de 8 ejercicios distribuidos en 2 bloques (A y B) de 4 ejercicios cada uno.**

c) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2,5 puntos.

d) **Se realizarán únicamente cuatro ejercicios, independientemente del bloque al que pertenezcan.** En caso de responder a más de cuatro ejercicios, se corregirán únicamente los cuatro que aparezcan físicamente en primer lugar.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

f) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

BLOQUE A

EJERCICIO 1. (2,5 puntos)

Considera la función $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \dfrac{1}{e^x + e^{-x}}$.

a) **[1,5 puntos]** Estudia y halla los máximos y mínimos absolutos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

b) **[1 punto]** Calcula $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(x^2 f(x)\right)$.

EJERCICIO 2. (2,5 puntos)

Sea la función $f : [-2,2] \longrightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = x^3 - 2x + 5$.

a) **[1,5 puntos]** Determina las abscisas de los puntos, si existen, en los que la pendiente de la recta tangente coincide con la pendiente de la recta que pasa por los puntos $(-2, f(-2))$ y $(2, f(2))$.

b) **[1 punto]** Determina la ecuación de la recta tangente y la ecuación de la recta normal a la gráfica de f en el punto de inflexión.

EJERCICIO 3. (2,5 puntos)

Considera la función $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = x|x-1|$. Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de dicha función y su recta tangente en el punto de abscisa $x = 0$.

EJERCICIO 4. (2,5 puntos)

Considera la función $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $F(x) = \displaystyle\int_0^x \operatorname{sen}\left(t^2\right) dt$. Calcula $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{xF(x)}{\operatorname{sen}(x^2)}$.

PRUEBA DE EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y PRUEBAS DE ADMISIÓN
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2022–2023

MATEMÁTICAS II

BLOQUE B

EJERCICIO 5. (2,5 puntos)

Una marca de vehículos ha vendido este mes coches de tres colores: blancos, negros y rojos. El $60\,\%$ de los coches blancos más el $50\,\%$ de los coches negros representan el $30\,\%$ de los coches vendidos. El $20\,\%$ de los coches blancos junto con el $60\,\%$ de los coches negros y el $60\,\%$ de los coches rojos representan la mitad de los coches vendidos. Se han vendido 100 coches negros más que blancos. Determina el número de coches vendidos de cada color.

EJERCICIO 6. (2,5 puntos)

Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & m \\ m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

a) **[0,5 puntos]** Determina para qué valores de m existe la inversa de la matriz A.

b) **[2 puntos]** Para todo $m \neq -1$, resuelve, si es posible, la ecuación $AX + X = B$.

EJERCICIO 7. (2,5 puntos)

El plano perpendicular al segmento de extremos $P(0,3,8)$ y $Q(2,1,6)$ que pasa por su punto medio corta a los ejes coordenados en los puntos A, B y C. Halla el área del triángulo cuyos vértices son los puntos A, B y C.

EJERCICIO 8. (2,5 puntos)

Considera el punto $A(-1,1,3)$ y la recta r determinada por los puntos $B(2,1,1)$ y $C(0,1,-1)$.

a) **[1,5 puntos]** Halla la distancia del punto A a la recta r.

b) **[1 punto]** Calcula el área del triángulo cuyos vértices son A, B y C.

PRUEBA DE EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y PRUEBAS DE ADMISIÓN
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2022–2023

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

b) **Este examen consta de 8 ejercicios distribuidos en 2 bloques (A y B) de 4 ejercicios cada uno.**

c) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2,5 puntos.

d) **Se realizarán únicamente cuatro ejercicios, independientemente del bloque al que pertenezcan.** En caso de responder a más de cuatro ejercicios, se corregirán únicamente los cuatro que aparezcan físicamente en primer lugar.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

f) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

BLOQUE A

EJERCICIO 1. (2,5 puntos)

Sea la función $f : [-2, 2\pi] \longrightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \begin{cases} 5x+1 & \text{si} \quad -2 \leq x \leq 0 \\ e^x \cos(x) & \text{si} \quad 0 < x \leq 2\pi \end{cases}$

a) **[2 puntos]** Halla los extremos relativos y absolutos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

b) **[0,5 puntos]** Determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = \dfrac{\pi}{2}$.

EJERCICIO 2. (2,5 puntos)

Sea $f\colon (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x\,(\ln(x))^2$ ($\ln$ denota la función logaritmo neperiano).

a) **[1,25 puntos]** Calcula, si existen, sus extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

b) **[1,25 puntos]** Calcula, si existen, sus extremos absolutos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

EJERCICIO 3. (2,5 puntos)

Calcula a con $0 < a < 1$, tal que $\displaystyle\int_a^1 \frac{\ln(x)}{x}\,dx + 2 = 0$ ($\ln$ denota la función logaritmo neperiano).

EJERCICIO 4. (2,5 puntos)

Considera las funciones $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R} - \{0\} \to \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = 5 - x^2$ y $g(x) = \dfrac{4}{x^2}$.

a) **[1,25 puntos]** Esboza las gráficas de las dos funciones y calcula los puntos de corte entre ellas.

b) **[1,25 puntos]** Calcula la suma de las áreas de los recintos limitados por las gráficas de f y g.

PRUEBA DE EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y PRUEBAS DE ADMISIÓN
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2022–2023

MATEMÁTICAS II

BLOQUE B

EJERCICIO 5. (2,5 puntos)

Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ e I la matriz identidad de orden 3.

a) **[1 punto]** Halla los valores de m para que la matriz $A - mI$ no tenga inversa.

b) **[1,5 puntos]** Halla x, distinto de cero, para que $A - xI$ sea la inversa de la matriz $\frac{1}{x}(A - I)$.

EJERCICIO 6. (2,5 puntos)

El dueño de un bar ha comprado refrescos, cerveza y vino por un importe de 500 euros sin incluir impuestos. El gasto en vino es 60 euros menos que los gastos en refrescos y cerveza conjuntamente, sin incluir impuestos. Teniendo en cuenta que los impuestos de los refrescos, la cerveza y el vino son el 6 %, el 12 % y el 30 %, respectivamente, entonces el importe total de la factura incluyendo impuestos ha ascendido a 592,4 euros. Calcula el importe, incluyendo impuestos, invertido en cada una de las bebidas.

EJERCICIO 7. (2,5 puntos)

Considera los planos $\pi_1 \equiv x - y + z = 0$ y $\pi_2 \equiv x + y = 2$.

a) **[1,5 puntos]** Calcula la distancia entre la recta intersección de π_1 y π_2 y el punto $P(2, 6, -2)$.

b) **[1 punto]** Halla el ángulo que forman π_1 y π_2.

EJERCICIO 8. (2,5 puntos)

Calcula el volumen del tetraedro que limita el plano determinado por los puntos $A(0, 2, -2)$, $B(3, 2, 1)$ y $C(2, 3, 2)$ con los planos cartesianos.

PRUEBA DE EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y PRUEBAS DE ADMISIÓN
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2022–2023

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

b) **Este examen consta de 8 ejercicios distribuidos en 2 bloques (A y B) de 4 ejercicios cada uno.**

c) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2,5 puntos.

d) **Se realizarán únicamente cuatro ejercicios, independientemente del bloque al que pertenezcan.** En caso de responder a más de cuatro ejercicios, se corregirán únicamente los cuatro que aparezcan físicamente en primer lugar.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

f) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

BLOQUE A

EJERCICIO 1. (2,5 puntos)

Determina las longitudes de los lados de un rectángulo de área máxima que está inscrito en una semicircunferencia de 6 cm de radio, teniendo uno de sus lados sobre el diámetro de ella.

EJERCICIO 2. (2,5 puntos)

Sabiendo que $\lim_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{sen}(x) - \ln(1+x)}{ax^2 - x + e^x - \cos(2x)} = -\dfrac{1}{7}$, calcula a ($\ln$ denota la función logaritmo neperiano).

EJERCICIO 3. (2,5 puntos)

Calcula $\displaystyle\int_6^{12} \frac{1}{9 - x^2}\,dx.$

EJERCICIO 4. (2,5 puntos)

Considera la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^2 + 1$.

a) **[0,75 puntos]** Determina el punto de la gráfica de f en el que la recta tangente es $y = 4x - 3$.

b) **[1,75 puntos]** Haz un esbozo del recinto limitado por la gráfica de f, la recta $y = 4x-3$ y el eje de ordenadas. Calcula el área del recinto indicado.

PRUEBA DE EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y PRUEBAS DE ADMISIÓN
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2022–2023

MATEMÁTICAS II

BLOQUE B

EJERCICIO 5. (2,5 puntos)

Una fábrica dispone de tres líquidos L_1, L_2 y L_3, en los que se encuentran disueltas dos sustancias: sodio y magnesio. Cada litro del líquido L_1 contiene 120 mg de sodio y 90 mg de magnesio, cada litro del líquido L_2 contiene 100 mg de sodio y 90 de magnesio y cada litro del líquido L_3 contiene 60 mg de sodio y 180 mg de magnesio. ¿Es posible obtener un litro de un líquido mezclando distintas cantidades de L_1, L_2 y L_3 en el que la cantidad de sodio y de magnesio sea de 100 mg cada una? En caso afirmativo, calcula dichas cantidades.

EJERCICIO 6. (2,5 puntos)

Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2m & -1 \\ 3 & 0 & -2 \\ -3m & 1 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 4 \end{pmatrix}$.

a) **[1 punto]** Determina los valores de m para que la matriz A tenga inversa.

b) **[1,5 puntos]** Calcula para $m = 1$, si es posible, la matriz X tal que $AX = B^t$, donde B^t denota la matriz traspuesta de B.

EJERCICIO 7. (2,5 puntos)

Considera los puntos $A(1, -2, 3)$ y $B(2, 0, -1)$.

a) **[1,5 puntos]** Halla los puntos que dividen el segmento AB en cuatro partes iguales.

b) **[1 punto]** Determina la ecuación del plano perpendicular al segmento AB que pasa por el punto medio de dicho segmento.

EJERCICIO 8. (2,5 puntos)

Considera el plano $\pi \equiv x + y + z = 0$ y la recta $r \equiv x - 1 = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z+1}{2}$. Halla la ecuación de un plano π', paralelo a π, tal que si Q y Q' son respectivamente los puntos de corte de la recta r con los planos π y π', entonces la distancia entre Q y Q' sea de 2 unidades.

PRUEBA DE EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y PRUEBAS DE ADMISIÓN
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2022–2023

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

b) **Este examen consta de 8 ejercicios distribuidos en <u>2 bloques (A y B)</u> de 4 ejercicios cada uno.**

c) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2,5 puntos.

d) **Se realizarán únicamente cuatro ejercicios, independientemente del bloque al que pertenezcan.** <u>En caso de responder a más de cuatro ejercicios, se corregirán únicamente los cuatro que aparezcan físicamente en primer lugar.</u>

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

f) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

BLOQUE A

<u>EJERCICIO 1.</u> (2,5 puntos)

Halla dos números mayores o iguales que 0, cuya suma sea 1, y el producto de uno de ellos por la raíz cuadrada del otro sea máximo.

<u>EJERCICIO 2.</u> (2,5 puntos)

Considera la función $f(x) = \dfrac{x^2+a}{x-b}$, para $x \neq b$.

a) **[1,5 puntos]** Calcula a y b para que la gráfica de f pase por el punto $(1,-2)$ y tenga a la recta $y = x+4$ como asíntota oblicua.

b) **[1 punto]** En el caso $a = 5$ y $b = 4$, calcula la ecuación de la recta normal a la gráfica de f que pasa por el punto de abscisa $x = 0$.

<u>EJERCICIO 3.</u> (2,5 puntos)

Sabiendo que $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $F(x) = e^{x^2}$ es una primitiva de f.

a) **[1,25 puntos]** Comprueba que f es creciente.

b) **[1,25 puntos]** Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de la función f, el eje de abscisas y la recta $x = 1$.

<u>EJERCICIO 4.</u> (2,5 puntos)

Considera la función $f\colon [0,+\infty) \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \cos(\sqrt{x})$. Calcula, si es posible, una primitiva de f cuya gráfica pase por el punto $(0,5)$. Sugerencia: haz el cambio $t = \sqrt{x}$.

PRUEBA DE EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y PRUEBAS DE ADMISIÓN
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2022–2023

MATEMÁTICAS II

BLOQUE B

EJERCICIO 5. (2,5 puntos)

Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & a & -b \\ 0 & 0 & b \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

a) **[0,75 puntos]** Calcula A^{10}.

b) **[1,75 puntos]** Calcula, si es posible, la matriz inversa de $I + A + A^2$, donde I denota la matriz identidad de orden 3.

EJERCICIO 6. (2,5 puntos)

Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, se define la matriz $M = A + (\lambda - 1)B$.

a) **[1,5 puntos]** Halla los valores de λ para los que la matriz M tiene rango menor que 3.

b) **[1 punto]** Para $\lambda = -1$, resuelve el sistema lineal homogéneo cuya matriz de coeficientes es M.

EJERCICIO 7. (2,5 puntos)

Considera el plano π, determinado por los puntos $A(-1,0,0)$, $B(0,1,1)$ y $C(2,1,0)$, y la recta

$$r \equiv \left\{ \begin{array}{rcl} x - 2z - 3 & = & 0 \\ y - z - 2 & = & 0 \end{array} \right.$$

Halla los puntos de r cuya distancia a π es $\sqrt{14}$ unidades.

EJERCICIO 8. (2,5 puntos)

Considera el paralelogramo cuyos vértices consecutivos son los puntos $P(-1,2,3)$, $Q(-2,1,0)$, $R(0,5,1)$ y S.

a) **[1 punto]** Halla las coordenadas del punto S.

b) **[1,5 puntos]** Calcula la ecuación de la recta que pasa por el origen de coordenadas y es perpendicular al plano que contiene a los puntos P, Q y R.

PRUEBA DE EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y PRUEBAS DE ADMISIÓN
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2022–2023

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

b) **Este examen consta de 8 ejercicios distribuidos en 2 bloques (A y B) de 4 ejercicios cada uno.**

c) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2,5 puntos.

d) **Se realizarán únicamente cuatro ejercicios, independientemente del bloque al que pertenezcan.** En caso de responder a más de cuatro ejercicios, se corregirán únicamente los cuatro que aparezcan físicamente en primer lugar.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

f) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

BLOQUE A

EJERCICIO 1. (2,5 puntos)

De entre todos los rectángulos de diagonal 10 cm (cada una), calcula las dimensiones del que tiene mayor área.

EJERCICIO 2. (2,5 puntos)

Considera la función $f(x) = \dfrac{1}{x|x|}$, para $x \neq 0$.

a) **[1 punto]** Calcula los intervalos de concavidad y de convexidad de f, así como los puntos de inflexión de su gráfica, si existen.

b) **[1,5 puntos]** Estudia y calcula las asíntotas de la función. Esboza su gráfica.

EJERCICIO 3. (2,5 puntos)

Determina la función $f : (0\,,\,+\infty) \to \mathbb{R}$, sabiendo que es dos veces derivable, su gráfica pasa por el punto $(1, 0)$, $f'(e) = e$ y $f''(x) = 2\ln(x) + 1$, para todo $x > 0$ ($\ln$ denota la función logaritmo neperiano).

EJERCICIO 4. (2,5 puntos)

Considera las funciones $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = |x^2 - 1|$ y $g(x) = x + 5$.

a) **[1,25 puntos]** Calcula los puntos de corte de las gráficas de ambas funciones y esboza el recinto que determinan.

b) **[1,25 puntos]** Determina el área del recinto anterior.

PRUEBA DE EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y PRUEBAS DE ADMISIÓN
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2022–2023

MATEMÁTICAS II

BLOQUE B

EJERCICIO 5. (2,5 puntos)

Sean las matrices

$$A = \begin{pmatrix} m+1 & 1 & m-1 \\ 1 & 1 & 1 \\ m-1 & 1 & m+1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 4 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

a) **[1 punto]** Calcula m para que la matriz A tenga inversa.

b) **[1,5 puntos]** Para $m = 0$, resuelve, si es posible, la ecuación matricial $\frac{1}{2}AX + C^4 = B$.

EJERCICIO 6. (2,5 puntos)

Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} x & y & z \\ y & x & x \\ z & z & y \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} \alpha & 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

a) **[1,5 puntos]** Discute el sistema $BA = C$, según los valores de α.

b) **[1 punto]** Resuelve el sistema, si es posible, para $\alpha = 0$ y para $\alpha = 1$.

EJERCICIO 7. (2,5 puntos)

Determina el punto simétrico de $A(2, -4, -3)$ con respecto al plano que contiene a los puntos $B(1, 1, 2)$, $C(0, 1/3, 1)$ y $D(-3, 0, 3)$.

EJERCICIO 8. (2,5 puntos)

Dados los puntos $O(0, 0, 0)$, $A(2, -1, 0)$, $B(3, 0, x)$ y $C(-x, 1, -1)$, los vectores $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ y $\overrightarrow{OC}$ determinan un paralelepípedo.

a) **[1,5 puntos]** Calcula los posibles valores de x sabiendo que el volumen del paralelepípedo es 5 unidades cúbicas.

b) **[1 punto]** Para $x = 1$, halla el área de la cara del paralelepípedo que contiene a los vértices O, A y B.

PRUEBA DE EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y PRUEBAS DE ADMISIÓN
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2022–2023

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

b) **Este examen consta de 8 ejercicios distribuidos en 2 bloques (A y B) de 4 ejercicios cada uno.**

c) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2,5 puntos.

d) **Se realizarán únicamente cuatro ejercicios, independientemente del bloque al que pertenezcan.** En caso de responder a más de cuatro ejercicios, se corregirán únicamente los cuatro que aparezcan físicamente en primer lugar.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

f) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

BLOQUE A

EJERCICIO 1. (2,5 puntos)

Sea $f\colon(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$ la función definida por $f(x)=\dfrac{\ln(x+1)+a}{3x+4}$ ($\ln$ denota la función logaritmo neperiano).

a) **[1 punto]** Determina a sabiendo que la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función f en el punto de abscisa $x=0$ es 1.

b) **[1,5 puntos]** Para $a=0$, estudia y calcula las asíntotas de f.

EJERCICIO 2. (2,5 puntos)

En una fábrica de pinturas, las latas que se utilizan para envasar la pintura tienen forma cilíndrica y una capacidad de 20 litros. Halla las dimensiones del cilindro, con tapas, para que la chapa empleada en su construcción sea mínima.

EJERCICIO 3. (2,5 puntos)

Calcula una primitiva de la función $f:[0,+\infty)\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=\operatorname{arc\,tg}(\sqrt{x})$ cuya gráfica pase por el punto $(0,1)$ ($\operatorname{arc\,tg}$ denota la función arco tangente). Sugerencia: efectúa el cambio $x=t^2$.

EJERCICIO 4. (2,5 puntos)

Considera la función $f\colon(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, definida por $f(x)=\ln(x+1)$, donde $\ln$ denota el logaritmo neperiano. Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f, el eje de abscisas y la recta $x=e-1$.

PRUEBA DE EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y PRUEBAS DE ADMISIÓN
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2022–2023

MATEMÁTICAS II

BLOQUE B

EJERCICIO 5. (2,5 puntos)

Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ -2 & 3 & 1 \\ 6 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ -3 & -1 & 5 \end{pmatrix}$, calcula, si es posible, la matriz X que verifica la ecuación $3X - B^t = AX$, siendo B^t la matriz traspuesta de B.

EJERCICIO 6. (2,5 puntos)

Una plataforma de streaming se especializa en series de tres géneros: animación, ciencia ficción y comedia. Se sabe que el 30 % de las series de animación más el 50 % de las de ciencia ficción coincide con el 20 % de total de series. El 25 % de las series de animación más el 50 % de las de ciencia ficción más el 60 % de las de comedia representan la mitad del total de series. Hay 100 series menos de animación que de ciencia ficción. Halla el número de series de cada género.

EJERCICIO 7. (2,5 puntos)

Determina los puntos de la recta $r \equiv \left\{ \begin{array}{rcl} x - y + z & = & 0 \\ x + 3y - 1 & = & 0 \end{array} \right.$ que son equidistantes de los planos cartesianos OYZ y OXZ.

EJERCICIO 8. (2,5 puntos)

Considera la recta $r \equiv \left\{ \begin{array}{rcl} x - y + z & = & 1 \\ 3x - 2z & = & -2 \end{array} \right.$

a) **[1.5 puntos]** Determina la ecuación del plano paralelo a r que contiene a la recta $-x + 1 = y = \dfrac{z-3}{2}$.

b) **[1 punto]** Calcula la distancia entre la recta r y el plano $2x + 5y + 3z = 41$.
