PRUEBA DE EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y PRUEBAS DE ADMISIÓN
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2023–2024

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

b) **Todas las cuestiones deben responderse en el papel entregado para la realización del examen y nunca en los folios que contienen los enunciados.**

c) **Este examen consta de 8 ejercicios distribuidos en 4 bloques de 2 ejercicios cada uno.**

d) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2,5 puntos.

e) **Se realizará únicamente un ejercicio de cada bloque.** En caso de responder a dos ejercicios de un bloque, sólo se corregirá el que aparezca físicamente en primer lugar.

f) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

g) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

BLOQUE A. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 1. (2,5 puntos)

Sea la función $f\colon (0,+\infty) \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \ln(x)$, donde $\ln$ denota la función logaritmo neperiano, y los puntos de su gráfica $A(1,0)$ y $B(e,1)$.

a) **[1,5 puntos]** Determina, si existen, los puntos de la gráfica de f en los que la recta tangente a la gráfica es paralela a la recta que pasa por los puntos A y B.

b) **[1 punto]** Determina la ecuación de la recta normal a la gráfica de f en el punto A.

EJERCICIO 2. (2,5 puntos)

Considera la función continua f definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x\cos(x) - a\,\mathrm{sen}(x)}{x^3} & \text{si} \quad x < 0 \\[2ex] b\cos(x) - 1 & \text{si} \quad x \geq 0 \end{cases}$$

Calcula a y b.

BLOQUE B. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 3. (2,5 puntos)

Considera la función f definida por $f(x) = \dfrac{x^3+2}{x^2-1}$, para $x \neq -1$, $x \neq 1$. Calcula una primitiva de f cuya gráfica pase por el punto $(0,1)$.

EJERCICIO 4. (2,5 puntos)

Halla la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f''(x) = x\cos(x)$ y cuya gráfica pasa por los puntos $\left(0, \dfrac{\pi}{2}\right)$ y $(\pi, 2\pi)$.

PRUEBA DE EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y PRUEBAS DE ADMISIÓN
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2023–2024
MATEMÁTICAS II

BLOQUE C. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 5. (2,5 puntos)

Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1/8 & 1/8 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a) **[1 punto]** Calcula A^{2024}.

b) **[1,5 puntos]** Halla la matriz X, si es posible, que verifica $A^2XA + I = O$, donde I y O son la matriz identidad y la matriz nula de orden 3, respectivamente.

EJERCICIO 6. (2,5 puntos)

Considera el sistema

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcl} & & y & + & z & = & 1 \\ (k-1)x & + & y & + & z & = & k \\ x & + & (k-1)y & + & z & = & 0 \end{array}\right.$$

a) **[1,75 puntos]** Discute el sistema según los valores de k.

b) **[0,75 puntos]** Para $k = 1$ resuelve el sistema, si es posible. ¿Hay alguna solución en la que $y = 0$? En caso afirmativo, calcúlala. En caso negativo, justifica la respuesta.

BLOQUE D. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 7. (2,5 puntos)

a) **[1,25 puntos]** Halla el punto simétrico de $P(2,2,1)$ respecto de la recta $r \equiv \left\{\begin{array}{rl} x - 2y + z & = 2 \\ y - z & = 1 \end{array}\right.$

b) **[1,25 puntos]** Halla el punto simétrico de $Q(1,-1,-3)$ respecto del plano $\pi \equiv x - 2y + z + 6 = 0$.

EJERCICIO 8. (2,5 puntos)

Considera las rectas $r \equiv \left\{\begin{array}{l} y = 0 \\ 2x - z = 0 \end{array}\right.$ y $s \equiv \left\{\begin{array}{l} x + y + 7 = 0 \\ z = 0 \end{array}\right.$

a) **[1 punto]** Estudia la posición relativa de r y s.

b) **[1,5 puntos]** Calcula la ecuación del plano paralelo a r y s que equidista de ambas rectas.

PRUEBA DE EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y PRUEBAS DE ADMISIÓN
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2023–2024

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

b) **Todas las cuestiones deben responderse en el papel entregado para la realización del examen y nunca en los folios que contienen los enunciados.**

c) **Este examen consta de 8 ejercicios distribuidos en 4 bloques de 2 ejercicios cada uno.**

d) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2,5 puntos.

e) **Se realizará únicamente un ejercicio de cada bloque.** En caso de responder a dos ejercicios de un bloque, sólo se corregirá el que aparezca físicamente en primer lugar.

f) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

g) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

BLOQUE A. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 1. (2,5 puntos)

Sea f la función definida por $f(x) = \dfrac{ax^3 + bx^2 + x - 1}{x^2 - 1}$, para $x \neq \pm 1$. Sabiendo que su gráfica tiene una asíntota oblicua que pasa por el punto $(0, 1)$ y es paralela a la recta $y = 2x$, calcula la asíntota oblicua y los valores de a y b.

EJERCICIO 2. (2,5 puntos)

Considera la función $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \operatorname{arc\,tg}(x + \pi)$, donde $\operatorname{arc\,tg}$ denota la función arcotangente.

a) **[1,5 puntos]** Calcula los intervalos de concavidad y convexidad de f. Estudia y halla, si existen, los puntos de inflexión de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

b) **[1 punto]** Calcula $\displaystyle\lim_{x \to -\pi} \frac{\operatorname{arc\,tg}(x + \pi)}{\operatorname{sen}(x)}$.

BLOQUE B. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 3. (2,5 puntos)

Halla la función $f : (2, +\infty) \to \mathbb{R}$ que pasa por el punto $(3, -4\ln 5)$ y verifica $f'(x) = \dfrac{3x^2 + 4x + 12}{x^2 - 4}$, donde $\ln$ denota la función logaritmo neperiano.

EJERCICIO 4. (2,5 puntos)

Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = (x^2 - 3x + 5)e^x$. Halla una primitiva de f cuya gráfica pase por el punto $(0, 5)$.

PRUEBA DE EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y PRUEBAS DE ADMISIÓN
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2023–2024

MATEMÁTICAS II

BLOQUE C. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 5. (2,5 puntos)

Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ m & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -4 & 8 & 0 \\ 0 & 4 & 4 \\ 4 & 12 & 20 \end{pmatrix}$.

a) **[0,75 puntos]** Determina los valores de m para los que la matriz A^2 tiene inversa.

b) **[1,75 puntos]** Para $m = 0$ calcula, si es posible, la matriz X que verifica $A^2X = \frac{1}{2}(A + B)$.

EJERCICIO 6. (2,5 puntos)

Determina un número natural de tres cifras sabiendo que la suma de sus dígitos es 9, que la diferencia de dicho número con el que se obtiene al intercambiar la cifra de las centenas por la de las unidades es 198, y que si consideramos la suma entre ambos números, es decir, entre el número a determinar y el que se obtiene al intercambiar sus cifras, el resultado es 828.

BLOQUE D. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 7. (2,5 puntos)

Considera los puntos $P(1, 0, 1)$ y $Q(3, -2, 1)$.

a) **[1 punto]** Calcula el plano perpendicular al segmento PQ que pasa por su punto medio.

b) **[1,5 puntos]** Calcula el plano paralelo a la recta $r \equiv 1 - x = \frac{y-2}{3} = z + 1$ que pasa por P y Q.

EJERCICIO 8. (2,5 puntos)

Considera los puntos $A(1, 1, 2)$, $B(1, 0, 1)$ y $C(1, -1, 2)$.

a) **[1,25 puntos]** Determina el área del triángulo de vértices A, B y C.

b) **[1,25 puntos]** Calcula D para que los puntos A, B, C y D sean los vértices consecutivos de un paralelogramo.

PRUEBA DE EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y PRUEBAS DE ADMISIÓN
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2023–2024

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

b) **Todas las cuestiones deben responderse en el papel entregado para la realización del examen y nunca en los folios que contienen los enunciados.**

c) **Este examen consta de 8 ejercicios distribuidos en 4 bloques de 2 ejercicios cada uno.**

d) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2,5 puntos.

e) **Se realizará únicamente un ejercicio de cada bloque.** En caso de responder a dos ejercicios de un bloque, sólo se corregirá el que aparezca físicamente en primer lugar.

f) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

g) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

BLOQUE A. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 1. (2,5 puntos)

Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x) = a + b\cos(x) + c\,\mathrm{sen}(x).$$

Halla a, b y c sabiendo que su gráfica tiene en el punto de abscisa $x = \frac{\pi}{2}$ a la recta $y = 1$ como recta tangente, y que la recta $y = x - 1$ corta a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 0$.

EJERCICIO 2. (2,5 puntos)

Sea la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right) e^{-x^2}$.

a) **[1,5 puntos]** Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.

b) **[1 punto]** Halla los extremos absolutos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

BLOQUE B. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 3. (2,5 puntos)

Sean $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ las funciones definidas por $f(x) = -x^2 + 7$ y $g(x) = |x^2 - 1|$.

a) **[1 punto]** Halla los puntos de intersección de las gráficas de f y g. Realiza un esbozo del recinto acotado y limitado por dichas gráficas.

b) **[1,5 puntos]** Calcula el área de dicho recinto.

EJERCICIO 4. (2,5 puntos)

Halla $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \cos(x)\, dx$.

PRUEBA DE EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y PRUEBAS DE ADMISIÓN
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2023–2024

MATEMÁTICAS II

BLOQUE C. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 5. (2,5 puntos)

Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a) **[1,25 puntos]** Halla todas las matrices X que cumplen $XA = -AX^t$ y $X^2 = I$, donde I es la matriz identidad de orden 2.

b) **[1,25 puntos]** Halla todas las matrices Y que cumplen $YA = AY$, la suma de los elementos de su diagonal principal es cero y tienen determinante -1.

EJERCICIO 6. (2,5 puntos)

Un proveedor de perfumerías vende a sus comerciantes tres tipos de perfumes A, B y C. En un primer pedido una tienda ha encargado 20 perfumes de tipo A, 30 de tipo B y 15 de tipo C, por un importe de 2200 euros. En un segundo pedido ha comprado 15 perfumes de tipo A, 10 de tipo B y 10 de tipo C, por un importe de 1250 euros.

a) **[1,25 puntos]** ¿Cuánto tendremos que pagar por un pedido de 25 perfumes de tipo A, 10 perfumes de tipo B y 16 de tipo C?

b) **[1,25 puntos]** Si añadimos que el precio de un perfume de tipo C es $\frac{2}{5}$ del precio de una unidad de tipo A, ¿cuál es el precio de cada tipo de perfume?

BLOQUE D. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 7. (2,5 puntos)

Considera el plano $\pi \equiv x - 2y + z - 2 = 0$ y la recta $r \equiv \begin{cases} x = & 1 + 2\lambda \\ y = & \lambda \\ z = & 1 \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$.

a) **[1 punto]** Estudia la posición relativa de π y r.

b) **[1,5 puntos]** Calcula la ecuación de la recta contenida en π que pasa por el punto $P(2, -1, -2)$ y es perpendicular a r.

EJERCICIO 8. (2,5 puntos)

Considera los puntos $A(4, 0, 0)$ y $B(0, 2, 0)$. Calcula los puntos del plano OXZ que forman un triángulo equilátero con A y B.

PRUEBA DE EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y PRUEBAS DE ADMISIÓN
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2023–2024

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

b) **Todas las cuestiones deben responderse en el papel entregado para la realización del examen y nunca en los folios que contienen los enunciados.**

c) **Este examen consta de 8 ejercicios distribuidos en 4 bloques de 2 ejercicios cada uno.**

d) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2,5 puntos.

e) **Se realizará únicamente un ejercicio de cada bloque.** En caso de responder a dos ejercicios de un bloque, sólo se corregirá el que aparezca físicamente en primer lugar.

f) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

g) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

BLOQUE A. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 1. (2,5 puntos)

Sea la función $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = (x^2+1)e^x$.

a) **[1 punto]** Calcula los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.

b) **[1,5 puntos]** Determina los intervalos de concavidad y de convexidad de f y los puntos de inflexión de su gráfica (abscisas donde se obtienen y valores que alcanzan).

EJERCICIO 2. (2,5 puntos)

Sea la función derivable $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \begin{cases} a\,e^{-x} + b\ln(1-x) & \text{si } \; x<0 \\ x + \ln(1+x) & \text{si } \; x \geq 0 \end{cases}$ donde $\ln$ denota la función logaritmo neperiano.

a) **[1,5 puntos]** Determina a y b.

b) **[1 punto]** Halla la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=0$.

BLOQUE B. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 3. (2,5 puntos)

Considera la función $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^3 - 6x^2 + 8x$.

a) **[1 punto]** Calcula los puntos de corte de la gráfica de f con los ejes de coordenadas y esboza dicha gráfica.

b) **[1,5 puntos]** Calcula la suma de las áreas de los recintos acotados y limitados por la gráfica de f y el eje de abscisas.

EJERCICIO 4. (2,5 puntos)

Calcula $\displaystyle\int \frac{e^{3x}-1}{e^x-3}\,dx$. (Sugerencia: efectúa el cambio de variable $t = e^x$).

PRUEBA DE EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y PRUEBAS DE ADMISIÓN
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2023–2024

MATEMÁTICAS II

BLOQUE C. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 5. (2,5 puntos)

Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 7 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1/9 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

a) **[1,25 puntos]** Calcula los determinantes de las matrices $\left((AB)^5\right)^{-1}$ y $27AB^6$.

b) **[1,25 puntos]** Halla la matriz X, si es posible, que verifica que $AXB = 9I$, donde I es la matriz identidad de orden 3.

EJERCICIO 6. (2,5 puntos)

Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & a \\ 5 & 3a-1 & 0 \end{pmatrix}$.

a) **[1,25 puntos]** Calcula el rango de A según los valores de a.

b) **[1,25 puntos]** Si $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ y $a = 2$ resuelve, si es posible, el sistema $AX = B$.

BLOQUE D. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 7. (2,5 puntos)

Considera la recta $r \equiv \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-2}{2} = 3 - z$ y el punto $P(0, 2, -4)$.

a) **[1,25 puntos]** Calcula el punto de r a menor distancia de P.

b) **[1,25 puntos]** Halla los puntos de r cuya distancia a P sea igual a $\sqrt{50}$.

EJERCICIO 8. (2,5 puntos)

Sea π_1 el plano determinado por los puntos $A(1,0,0)$, $B(1,1,-3)$ y $C(0,1,1)$, y sea $\pi_2 \equiv x - y + z - 1 = 0$. Determina la ecuación de la recta paralela a ambos planos que pasa por el origen.

PRUEBA DE EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y PRUEBAS DE ADMISIÓN
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2023–2024

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

b) **Todas las cuestiones deben responderse en el papel entregado para la realización del examen y nunca en los folios que contienen los enunciados.**

c) **Este examen consta de 8 ejercicios distribuidos en 4 bloques de 2 ejercicios cada uno.**

d) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2,5 puntos.

e) **Se realizará únicamente un ejercicio de cada bloque.** En caso de responder a dos ejercicios de un bloque, sólo se corregirá el que aparezca físicamente en primer lugar.

f) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

g) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

BLOQUE A. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 1. (2,5 puntos)

Sea f la función definida por $f(x) = \dfrac{ax^3 + bx^2 + x - 1}{x^2 - 1}$, para $x \neq \pm 1$. Sabiendo que su gráfica tiene una asíntota oblicua que pasa por el punto $(0, 1)$ y es paralela a la recta $y = 2x$, calcula la asíntota oblicua y los valores de a y b.

EJERCICIO 2. (2,5 puntos)

Considera la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \operatorname{arc\,tg}(x + \pi)$, donde $\operatorname{arc\,tg}$ denota la función arcotangente.

a) **[1,5 puntos]** Calcula los intervalos de concavidad y convexidad de f. Estudia y halla, si existen, los puntos de inflexión de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

b) **[1 punto]** Calcula $\displaystyle\lim_{x \to -\pi} \frac{\operatorname{arc\,tg}(x+\pi)}{\operatorname{sen}(x)}$.

BLOQUE B. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 3. (2,5 puntos)

Halla la función $f : (2, +\infty) \to \mathbb{R}$ que pasa por el punto $(3, -4\ln 5)$ y verifica $f'(x) = \dfrac{3x^2 + 4x + 12}{x^2 - 4}$, donde $\ln$ denota la función logaritmo neperiano.

EJERCICIO 4. (2,5 puntos)

Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = (x^2 - 3x + 5)e^x$. Halla una primitiva de f cuya gráfica pase por el punto $(0, 5)$.

PRUEBA DE EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y PRUEBAS DE ADMISIÓN
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2023–2024

MATEMÁTICAS II

BLOQUE C. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 5. (2,5 puntos)

Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ m & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -4 & 8 & 0 \\ 0 & 4 & 4 \\ 4 & 12 & 20 \end{pmatrix}$.

a) **[0,75 puntos]** Determina los valores de m para los que la matriz A^2 tiene inversa.

b) **[1,75 puntos]** Para $m = 0$ calcula, si es posible, la matriz X que verifica $A^2X = \frac{1}{2}(A+B)$.

EJERCICIO 6. (2,5 puntos)

Determina un número natural de tres cifras sabiendo que la suma de sus dígitos es 9, que la diferencia de dicho número con el que se obtiene al intercambiar la cifra de las centenas por la de las unidades es 198, y que si consideramos la suma entre ambos números, es decir, entre el número a determinar y el que se obtiene al intercambiar sus cifras, el resultado es 828.

BLOQUE D. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 7. (2,5 puntos)

Considera los puntos $P(1,0,1)$ y $Q(3,-2,1)$.

a) **[1 punto]** Calcula el plano perpendicular al segmento PQ que pasa por su punto medio.

b) **[1,5 puntos]** Calcula el plano paralelo a la recta $r \equiv 1 - x = \frac{y-2}{3} = z + 1$ que pasa por P y Q.

EJERCICIO 8. (2,5 puntos)

Considera los puntos $A(1,1,2)$, $B(1,0,1)$ y $C(1,-1,2)$.

a) **[1,25 puntos]** Determina el área del triángulo de vértices A, B y C.

b) **[1,25 puntos]** Calcula D para que los puntos A, B, C y D sean los vértices consecutivos de un paralelogramo.

PRUEBA DE EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y PRUEBAS DE ADMISIÓN
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2023–2024

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

b) **Todas las cuestiones deben responderse en el papel entregado para la realización del examen y nunca en los folios que contienen los enunciados.**

c) **Este examen consta de 8 ejercicios distribuidos en 4 bloques de 2 ejercicios cada uno.**

d) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2,5 puntos.

e) **Se realizará únicamente un ejercicio de cada bloque.** En caso de responder a dos ejercicios de un bloque, sólo se corregirá el que aparezca físicamente en primer lugar.

f) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

g) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

BLOQUE A. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 1. (2,5 puntos)

Sea la función $f : (0,+\infty) \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \ln\left(\dfrac{x^2+1}{x}\right)$, donde $\ln$ denota la función logaritmo neperiano.

a) **[1 punto]** Calcula los intervalos de crecimiento y de decrecimiento.

b) **[1,5 puntos]** Estudia y halla los extremos relativos y absolutos de f (abscisas donde se obtienen y valores que alcanzan).

EJERCICIO 2. (2,5 puntos)

Calcula a y b sabiendo que

$$\lim_{x\to 0} \frac{a(\ln(1+x)-x)+b(e^x-1)+1-\cos(x)}{\operatorname{sen}^2(x)} = 5$$

donde $\ln$ denota la función logaritmo neperiano.

BLOQUE B. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 3. (2,5 puntos)

Considera la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \int_0^x \cos(t)\operatorname{sen}^2(t)\,dt.$$

Determina las ecuaciones de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = \dfrac{\pi}{4}$.

EJERCICIO 4. (2,5 puntos)

Calcula $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{4+4e^x}}$. (Sugerencia: efectúa el cambio de variable $t = \sqrt{1+e^x}$).

PRUEBA DE EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y PRUEBAS DE ADMISIÓN
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2023–2024

MATEMÁTICAS II

BLOQUE C. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 5. (2,5 puntos)

Considera el sistema de ecuaciones lineales

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcl} ax & + & y & + & z & = & 1+a \\ x & + & 2y & - & z & = & 1-a \\ x & + & (1+a)y & - & az & = & 0 \end{array}\right.$$

a) **[1,5 puntos]** Calcula a para que el sistema sea compatible indeterminado.

b) **[1 punto]** Resuelve el sistema, si es posible, para $a = 0$.

EJERCICIO 6. (2,5 puntos)

Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$, $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ e I la matriz identidad de orden 2.

a) **[1,5 puntos]** Sabiendo que A verifica la identidad $(A + a\,I)^2 = b\,I$, halla a y b.

b) **[1 punto]** Resuelve la ecuación $MX + M^2 = I$.

BLOQUE D. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 7. (2,5 puntos)

Considera el plano $\pi \equiv x - y = 0$ y la recta $r \equiv \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{3} = z - 2$.

a) **[1,25 puntos]** Calcula, si es posible, el plano perpendicular a π que contiene a r.

b) **[1,25 puntos]** Calcula, si es posible, la recta perpendicular a r, contenida en π y que pasa por el origen.

EJERCICIO 8. (2,5 puntos)

Considera los puntos $O(0,0,0)$, $A(a,-1,2)$ y $B(a,1,0)$.

a) **[1,5 puntos]** Determina a para que el triángulo OAB tenga área 3 unidades cuadradas.

b) **[1 punto]** Calcula a para que O, A y B sean coplanarios con el punto $C(1,1,0)$.
